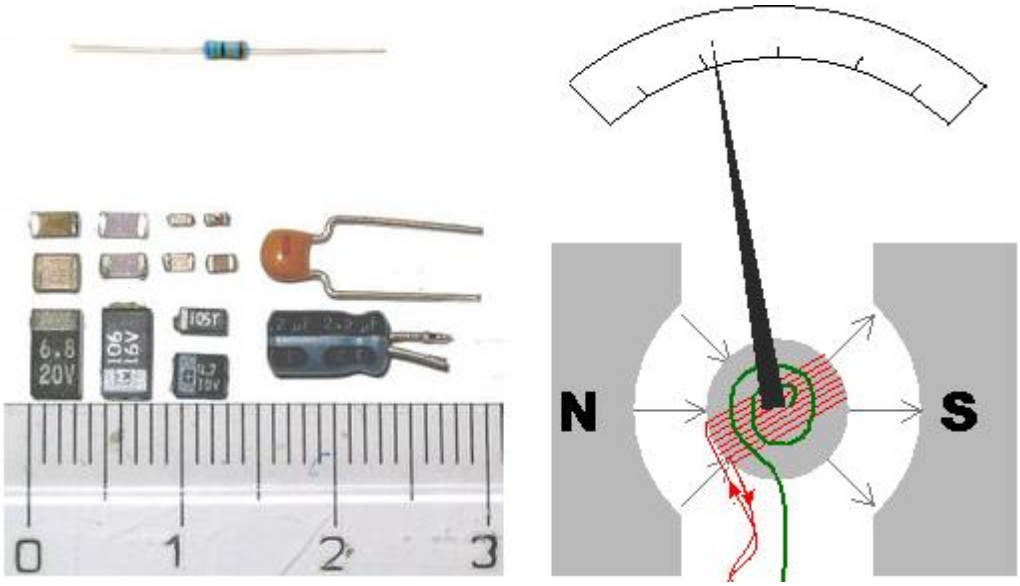
باسمه تعالی

دانشکده علوم

گروه فیزیک

دستورکار

آزمایش‌های فیزیک‌پایه(۲)



تهیه و تنظیم: هاشم حامدی‌وفا، گروه فیزیک، دانشکده علوم‌پایه؛

نسخه اول: مهر ۱۳۸۷

ویرایش هشتم: بهمن ۱۳۹۹

باسمه تعالی

فهرست

آشنایی با خطاهای اندازه‌گیری، تحلیل داده‌ها و گزارش‌نویسی

۱. خطای اندازه‌گیری و برآوُرد آن ۱
۱-۱. خطای اتفاقی و خطای ذاتی ۱
۱-۲. درستی و دقت اندازه‌گیری ۳
۱-۳. محاسبات عددی و ارقام با معنی ۵
۱-۴. خطای مطلق و خطای نسبی ۷
۱-۵. مقدار میانگین و پراکندگی اطراف آن ۸
۱-۶. اندازه‌گیری و گزارش مقدار عددی آن ۱۰
۱-۷. خطای معیارِ مقدارِ میانگین ۱۱
۱-۸. محاسبه و برآورد خطای کمیت‌های مرکب ۱۲
۲. یک گزارش علمی ۱۶
۲-۱. انواع برگه‌های ترسیم ۱۷
۲-۲. رسم نمودار و برازِش منحنی ۱۹
۲-۳. تعیین شیبِ خط راست ۲۰
مراجع ۲۷
تمرین ۲۸

جلسه دوم (انجام آزمایش‌های اول و دوم)

آزمایش شماره یک، آشنایی با ابزارهای اندازه‌گیری و مطالعه‌یِ قانون اهم ۳۱
آزمایش شماره دو، مقاومت معادل در ترکیب‌های سِری، موازی و مختلط ۳۵

جلسه‌های سوم تا دوازدهم

آزمایش شماره سه، مطالعه وابستگی مقاومتِ اُهمی یک رسانای مفتولی به طول و سطحِ مقطعِ آن ۳۸
آزمایش شماره چهار، تعیین مقاومت مجهول با استفاده از پُل وِتستون و پُل تار ۴۲
آزمایش شماره پنج، مطالعه و تحقیقِ قوانین کیرشهوف ۴۶
آزمایش شماره شش، مطالعه قانون القاء فارادی ۴۹
آزمایش شماره هفت، مطالعه اساسِ کارِ مبدل‌ها ۵۵
آزمایش شماره هشت، مطالعه پر و خالی شدنِ خازن درمدار RC جریان مستقیم ۶۰
آزمایش شماره نُه، مطالعه مقاومت ظاهری خازن و القاگر در مدارِ RC و RL جریان متناوب ۶۵
آزمایش شماره ده، مطالعه شرطِ تشدید در مدارِ RLC سِری در جریان متناوب ۷۰
آزمایش شماره یازده، آشنایی با نوسان‌نما و کاربردهای آن ۷۵
آزمایش شماره دوازده، مطالعه مدارِ RLC سِری در جریان‌های متناوب به کمک نوسان‌نما ۸۰

ترتیبِ چینشِ آزمایش‌های سوم تا دوازدهم بر روی میزها

آزمایش۷: مبدل‌ها	آزمایش ۱۲: مطالعه مدارِ RLC متناوب با نوسان‌نما
آزمایش۶: القاء فارادی	آزمایش ۱۱: آشنایی با نوسان‌نما (اسیلوسکوپ)
آزمایش۵: قوانین کیرشهوف	آزمایش۱۰: تشدیدِ مدارِ RLC متناوب
آزمایش۴: پلِ وتستون و پُل تار	آزمایش۹: مدار RC و RL جریان متناوب
آزمایش۳: رابطه	آزمایش۸: پُر و خالی شدنِ خازن
↑ ردیف راست	↑ ردیف چپ

آشنایی با خطاهای اندازه‌گیری، تحلیل داده‌ها و گزارش‌نویسی

”... و بدین‌سان می‌بینیم که شعر از مسأله رخت برمی‌بندد و آن‌گاه که کاربرد جدّی علوم دقیق آغاز می‌شود، فقط ما می‌مانیم و قرائت عقربه‌ها.“
ادینگتون

پیشرفت‌های علمی مرهون نتایج دنباله‌ای از آزمایش‌هایی است که پژهشگران در نقاط مختلف جهان و در بسیاری از موارد، تمام عمرشان را صرف انجام آنها کرده‌اند. نتایج بعضی از آزمایش‌ها که معمولاً نظمی را در رفتار پدیده‌ها نشان می‌دهند سبب ارائه نظریه‌های جدید شده‌اند. از طرف دیگر نظریه‌های قدیمی و حتی جدید با طراحی و انجام آزمایش‌هایی دقیق، تأیید یا رد می‌شوند و در بسیاری از موارد، سبب تکامل نظریه‌های موجود می‌شوند. البته آزمایش‌هایی که با اهداف آموزشی به عنوان بخشی از یک درس انجام می‌شوند معمولاً به نتایج جدیدی نمی‌انجامند. با این حال آشنا شدن با روش‌های آزمایشگاهی و تحلیل داده‌ها و نیز کسبِ مهارتِ کار کردن با ابزارهای اندازه‌گیری، فهم و درک پدیده‌ها را آسان‌تر و لذت-بخش‌تر می‌کنند. اما انجام هیچ آزمایشی بی‌دردسر نیست و انجام موفق آن نیاز به صبر و پشتکار دارد.

۱. خطای اندازه‌گیری و برآوُرد آن

اگر چه عالم و هر آنچه در آن رخ می‌دهد بر مبنای قوانین دقیقی تحول می‌یابد، اما ”قرائت عقربه“ ابزارهای اندازه‌گیری مقادیر ”دقیقِ“ کمیتهای اندازه‌گیری شده را به دست نمی‌دهند. همهٔ اندازه‌گیری‌ها در فیزیک و به طور کلی در علوم، تا اندازه‌ای ”غیرِ دقیق“ هستند، به طوری که آنچه را که گاه مقدارِ ”واقعی“ یک کمیتِ فیزیکی مانند طول، بازه‌ی زمانی، دما و ... می‌نامند نمی‌توان یافت. به هر حال فرضِ این که مقدارِ واقعی وجود دارد منطقی به نظر می‌رسد و برآوردِ حدودی (بازه-ای) که این مقدارِ واقعی را در برمی‌گیرد مورد نظر ما خواهد بود. از آنجایی که مقدارِ واقعی برای ما قابل حصول نیست تلاش خواهیم کرد تا چگونگی یافتنِ دقیق‌ترین مقدار، که به کمک مجموعه‌ای از اندازه‌گیری‌ها مشخص می‌شود، و چگونگی برآوردِ ”دقت“ و ”درستی“ این مقدار را نشان دهیم.

میزان ”عدمِ قطعیت“ در مقدارِ کمیتِ اندازه‌گیری شده را خطای اندازه‌گیری می‌گوییم. خطاها از قانونی ساده پیروی نمی-کنند و به طور کلی از علل متعددی ناشی می‌شوند. حتی آزمایشگری که از یک نوع وسیله چندین بار استفاده می‌کند تا کمیت معینی را اندازه‌گیری کند، همیشه یک مقدار را ثبت نمی‌کند (به دست نمی‌آورد). این امر ممکن است نتیجه بی‌دقتی (اتفاقی یا ذاتی) آزمایشگر یا متغیر بودنِ شرایط او، یا نتیجه برخی تغییرات کوچک در عوامل فیزیکی مؤثر در اندازه‌گیری یا نتیجه عمکرد نادرست ابزار اندازه‌گیری باشد.

البته هدف هر آزمایشگر لزوماً آن نیست که خطای اندازه‌گیری‌هایش را تا حد امکان کوچک کند. یک نتیجه کم دقت نیز ممکن است منظور آزمایشگر را به خوبی برآورده کند. اما وی باید نوع و منشأ خطای اندازه‌گیری‌اَش را بداند و مهم‌تر آن که مطمئن شود اثرِ خطای اندازه‌گیری‌اَش بر استنتاجاتش از نتایج آزمایش، به اندازه کافی کوچک است.

۱-۱. خطای اتفاقی و خطای ذاتی

خطاهای اندازه‌گیری را معمولاً به دو گروه اتفاقی (تصادفی، اجتناب‌ناپذیر) و ذاتی (سیستماتیک) تقسیم می‌کنند، اگرچه تمیز آنها از یکدیگر گاه مشکل است. بسیاری از خطاها نتیجه ترکیب این دو نوع خطاَاند.

خطاهای اتفاقی معمولاً به آزمایشگر و/یا به شرایط ناشناخته آزمایش مربوط‌اند و اغلب با تکرار اندازه‌گیری خود را نشان می-دهند. این خطاها از لحاظ وقوع، نامرتب و از نظر بزرگی و علامت متغیرند، به طوری که در اندازه‌گیری‌های مکرر، مقادیرِ خطایِ مثبت و منفی به صورت نامعین از پی یکدیگر می‌آیند. مثل خطای ناشی از زمان عکس‌العمل آزمایشگر در استفاده از یک زمان‌سنج دستی یا تأثیر افت‌وخیزهای تصادفی فشار جوّ در بعضی از آزمایشهای ترمودینامیک.

از طرفِ دیگر خطاهای ذاتی ممکن است به آزمایشگر یا ابزار اندازه‌گیری مربوط باشد، یا حتی به دلیل روش اندازه‌گیری ایجاد شوند. این خطاها معمولاً باعث دردسر بیشتری می‌شوند، زیرا با اندازه‌گیری‌های مکرر آشکار نمی‌شوند. حتی وقتی که وجود و ماهیت آن معلوم می‌شود حذف یا تعیین مقدار آن گاه مشکل است. این خطاها ممکن است ثابت باشند و یا به طور منظم تغییر کنند.

به عنوان مثال، به چند نمونه از خطای ذاتی ابزاری اشاره می‌کنیم. اگر از یک ترازوی عقربه‌ای که محور عقربه آن دقیقاً در مرکز نباشد استفاده کنیم، قرائتی که حتی به درستی صورت می‌گیرد با یک خطای ذاتی همراه خواهد بود. اندازه‌گیری ارتفاع یک مایع در لوله، وقتی از یک مقیاس درجه‌بندی متصل به لوله استفاده کنیم و سطح مقطع لوله در طول لوله ثابت نباشد، با مقدار واقعی متفاوت است. مثلاً اگر قطر لوله در طول آن از پایین به بالا پیوسته افزایش/کاهش یابد در این مورد خطای ذاتی ایجاد می‌شود (مقدار اندازه‌گیری از مقدار واقعی کمتر/بیشتر است) که با ارتفاع مایع در لوله متناسب است. البته تنظیم نبودنِ صفرِ ابزار اندازه‌گیری از شایع‌ترین خطاهای ذاتی ابزاری است.

خطاهای مربوط به یک آزمایشگر را "خطاهای فردی" نیز می‌نامند که شامل هر دو نوع خطای ذاتی و اتفاقی می‌شود. خطاهایی از این نوع در کارهای نجومی بسیار مرسوم‌اند. به عنوان مثال، بِسِل برآوردِ فواصلِ زمانی را در مشاهدات نجومی بررسی کرد و دریافت که بینِ منجمانِ بزرگِ معاصرِ وی اختلافات ذاتی وجود دارد. اینکه اختلافاتی مشابه بین دانشجویان و آزمایشگران وجود دارد امروزه برای معلمان و پژوهشگران امری آشناست. از شایع‌ترین خطاهای فردی، خطا در خواندنِ کمیت‌هایی است که ابزار اندازه‌گیری درجه‌بندی‌ای دارد که برای خواندن مقدار کمیت نیاز به هم‌ترازی چشم با خطوط درجه‌بندی ابزار دارد، مثلِ خواندن دما به وسیله دماسنج جیوه‌ای. استفاده از ضرایب تبدیل مقیاس یا تبدیل واحد در محاسبات نیز یکی دیگر از شایع‌ترین خطاهای فردی (و از نوع خطای ذاتی) است.

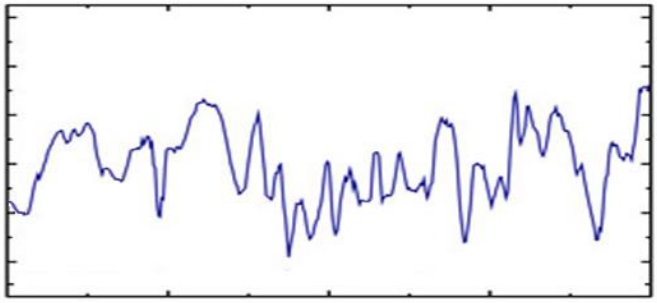
به عنوان مثالی برای خطای ناشی از روش اندازه‌گیری می‌توان اندازه‌گیری شتاب جاذبه را بررسی کرد:

الف) برای اندازه‌گیری شتاب جاذبه شما می‌توانید از روابط سقوط آزاد و اندازه‌گیری زمان سقوط یک ساچمه از ارتفاع مشخصی استفاده کنید. برای این کار شما می‌توانید چند روش متفاوت بکار ببرید: الف) شتاب جاذبه را با یک تک اندازه‌گیری بدست آورید. ب) برای یک ارتفاع سقوط مشخص زمان سقوط را چندین مرتبه اندازه‌گیری کنید و شتاب جاذبه در هر اندازه‌گیری را بدست آورده میانگین آنها را محاسبه کنید. ج) برای چند ارتفاع مختلف زمان سقوط را اندازه گرفته شتاب جاذبه در هر اندازه‌گیری را محاسبه کرده میانگین آنها را گزارش کنید. د) برای چند ارتفاع مختلف زمان سقوط را اندازه گرفته با رسم نموداری مناسب که تغییرات ارتفاع بر حسب زمان را نشان می‌دهد شتاب جاذبه را بدست آورید. هر کدام از این روش‌ها شتاب جاذبه را با "درستی" و "دقت" متفاوتی بدست خواهد داد.

ب) از طرف دیگر، شما می‌توانید به جای آزمایش سقوط آزاد از آزمایش آونگ ساده و وابستگی زمان تناوب آن به طول آونگ و شتاب جاذبه برای اندازه‌گیری شتاب جاذبه بهره ببرید. در این مورد نیز روش‌های متفاوتی مشابه با آنچه در مورد آزمایش سقوط آزاد گفته شد می‌توان بکار برد.

با این حال، به این نکته نیز باید توجه داشت که در آزمایش سقوط آزاد فرض بر این است که شتاب جاذبه در بازه تغییرات ارتفاع سقوط ثابت است. همچنین در آزمایش آونگ ساده رابطه زمان تناوب آونگ ساده برای نوسانات کم دامنه صادق است. این دو نکته نیز بر "درستی" و "دقت" نتیجه اندازه‌گیری در هر آزمایش مؤثر هستند.

خطای اساسی‌تری وجود دارد که از خودِ رَوَندِ مشاهده (اندازه‌گیری) ناشی می‌شود و تا اندازه‌ای پدیده مورد مشاهده را متأثر می‌کند. این خطا به ویژه در فیزیک اتمی از اهمیت زیادی برخوردار است و در اصل عدم قطعیت هایزنبرگ لحاظ شده است. ولی در پدیده‌های بزرگ‌مقیاس (ماکروسکوپیکی) که عمدتاً با آنها سروکار داریم می‌توان از این نوع خطاها صرف‌نظر کرد. به علاوه، در فیزیک، پدیده‌های بسیاری وجود دارند که غالباً تحتِ عنوانِ کلی "نوفه" قرار می‌گیرند. در این پدیده‌ها افت و خیزهای ناشی از ذرات اتمی یا زیراتمی برای دقت اندازه‌گیری‌ها یک حد طبیعی به وجود می‌آورند. اما این افت و خیزها معمولاً از خطاهایی که به علل دیگر حاصل می‌شوند بسیار کوچکتراند. برای مثال، بمباران مولکولی قسمت متحرک یک گالوانومتر بسیار حساس انحرافهای نامنظمی به وجود می‌آورد که می‌توان آنها را ثبت کرد. مثالی از این گونه انحرافها، که توسط یک ترازوی پیچشی به دست آمده است، در شکل(۱) نشان داده شده است.



شکل(۱). ثبت انحرافهای یک ترازوی پیچشی بسیار حساس که افت و خیزهای نامنظمِ ناشی از حرکت براونی بر وسیله اندازه‌گیری را در طول زمان نشان می‌دهد.

۱-۲. درستی و دقت اندازه‌گیری

هر ابزارِ اندازه‌گیری‌ای، x را به جای x_0 (مقدارِ واقعی یا پذیرفته شده) ثبت می‌کند. کمیتِ η_c را که از رابطه(۱) محاسبه می‌شود معیاری از "درستی" (صحّتِ) ابزار یا "درستی" مقدارِ عددی اندازه‌گیری تعریف می‌کنیم.

$$\eta_c = \frac{x_0}{|x_0 - x|} \qquad (۱)$$

توجه شود که هر چه $|x_0 - x|$ کوچکتر باشد درستی بیشتر است. خطاهای ذاتی خواه مربوط به ابزار باشند یا آزمایشگر و یا روش اندازه‌گیری، درستی اندازه‌گیری را تغییر (کاهش) می‌دهند. موضوع مهم آن است که آزمایش‌گر باید بداند با ابزاری که به کار می‌برد به چه درجه‌ای از درستی می‌تواند دست یابد.

بنابراین درستی یعنی نزدیکی نتایج اندازه‌گیری‌ها به مقدارِ پذیرفته شده یا مقدارِ واقعی یک کمیتِ فیزیکی. "درستی نِسبی" اصطلاح دیگری است که میزانِ نزدیک بودن نتایج اندازه‌گیریها به یکدیگر را، مستقل از هر خطای ذاتی موجود، نشان می‌دهد.

نکته‌ای که لازم است به آن توجه داشت تفاوتِ مفهومِ "خطا" با "اشتباه" در اندازه‌گیری است. البته خطای ذاتی با توجه به تعریف آن می‌تواند درستی اندازه‌گیری را تغییر دهد و لذا به نوعی معادل با اشتباه در اندازه‌گیری می‌تواند تعبیر شود. اما خطای اتفاقی را نمی‌توان مصداقی از اشتباه در اندازه‌گیری دانست. با این حال، اگر چه در یک تک اندازه‌گیری، خطای اتفاقی ممکن است بزرگ باشد اما (در صورت امکان) با تکرار اندازه‌گیری هم می‌توان خطای اتفاقی را برآوُرد کرد و هم بهترین مقدار را با دقتی بهتر، از میانگین‌گیری بدست آورد ـ بخش (۱-۵) را ببینید.

حال سؤال دیگری مطرح می‌شود. به عنوان مثال، با چه "دقّتی" می‌توان طولِ یک میله را که می‌دانیم تقریباً ۷۵ سانتی‌متر است با یک خط‌کش یک متری اندازه گرفت؟ آیا این خط‌کش برای منظور ما به حد کافی دقت دارد؟ هر آزمایشگری باید از این نوع سؤالات نیز از خود بپرسد و به آنها پاسخ دهد. پاسخ به این نوع سؤالات، نوع وسیله مورد استفاده در آزمایش را معلوم می‌کند.

"دقتِ" اندازه‌گیری چگونگی ثبت نتیجه عددی یک اندازه‌گیری را نشان می‌دهد. رقم‌های لازم برای نشان دادنِ مقدار عددی یک سنجش را "رقم‌های با معنی" می‌نامند. بنابراین، "دقت" اندازه‌گیری، در نگاه اول، به تعدادِ رقم‌های با معنی عددی که نماینده نتیجه اندازه‌گیری است مربوط می‌شود. به عنوان مثال، اگر طول میله‌ای که پیشتر به آن اشاره شد ۷۳٫۸ سانتی‌متر گزارش شود طول میله با سه رقم با معنی اندازه‌گیری شده است و مشخص می‌شود که این اندازه‌گیری با خط-کشی انجام شده است که کوچک‌ترین درجه‌بندی آن ۰٫۱ سانتی‌متر است. باید توجه داشت که حتّی اگر مقدار عددی اندازه‌گیری به صورت ۰٫۰۰۷۳۸ کیلومتر نوشته شود باز هم نتیجه اندازه‌گیری گزارش شده سه رقم با معنی دارد. بنابراین، به این نکته باید توجه داشت که دقتِ یک اندازه‌گیری را تعداد ارقام بعد از ممیز تعیین نمی‌کند. برای اینکه تعداد ارقام با معنی نتیجه یک اندازه‌گیری را به درستی بیان کنیم لازم است آن را بر حسب یکای مناسب و به صورت "نماد علمی" گزارش کرد. به عنوان مثال، بدون توجه به مناسب بودنِ یکای کمیت، طول این میله را می‌توان به صورتِ

$$L = 7.38\times10^{1}\ cm \qquad \text{یا} \qquad L = 7.38\times10^{-4}\ km$$

گزارش کرد که در هر دو صورت مقدار گزارش شده سه رقم با معنی دارد.

از طرف دیگر، در گزارش مقدار عددی یک تک اندازه‌گیری با ابزارهای رقمی یا عقربه‌ای باید دقت ابزار نشان داده شود. به عنوان مثال، اگر طول میله‌ای که پیشتر از آن صحبت شد، به وسیله خط‌کشی که کوچکترین درجه‌بندی آن سانتی‌متر است اندازه‌گیری شود می‌بایست آن را به صورت ۷۴ سانتی‌متر گزارش کرد و در این حالت طول میله با دو رقم با معنی گزارش شده است.

"دقت ابزار" در مقابلِ دقت اندازه‌گیری مفهوم دیگری دارد. کوچکترین درجه‌بندی ابزار یا کوچکترین تغییرِ قابل اندازه‌گیری به وسیله ابزار "دقت ابزار" نامیده می‌شود. در اندازه‌گیری اول و دوم که طول میله، به ترتیب، ۷۳٫۸ و ۷۴ سانتی‌متر گزارش شد، دقت ابزار (خط‌کش)، به ترتیب، ۰٫۱ و ۱ سانتی‌متر است.

بنابراین واضح است که دقت ابزار نیز در تعیین دقت اندازه‌گیری نقش مهمی دارد. از طرف دیگر، مقدار عددی یک کمیت نیز در تعداد ارقام با معنی مؤثر است. لذا در یک تک اندازه‌گیری با ابزارهای رقمی یا عقربه‌ای، تعداد ارقام با معنی کمیتِ اندازه-گیری شده را، علاوه بر بزرگی مقدار عددی کمیت، ابزار مورد استفاده نیز تعیین می‌کند. بنابراین، برای مقایسه دقت اندازه-گیری کمیت‌های مختلف، می‌توان کمیتِ η_p را که از رابطه(۲) محاسبه می‌شود به عنوان دقت اندازه‌گیری تعریف کرد.

$$\eta_p = \left|\frac{\text{مقدار عددی اندازه‌گیری}}{\text{دقت ابزار اندازه‌گیری}}\right| \qquad (۲)$$

مثال ۱. دقت اندازه‌گیری کدام یک از دو اندازه‌گیری داده شده بیشتر است؟ ابزار اندازه‌گیری کدام مقدار، دقت بیشتری دارد؟

الف) ۴٫۲ و ۴ گرم.

پاسخ (الف): تعداد ارقام با معنی ۴٫۲ و ۴، به ترتیب، برابر دو و یک است. پس در نگاه اول دقت ۴٫۲ گرم بیشتر از ۴ گرم است. مقدار عددی η_p نیز برای این دو اندازه‌گیری، به ترتیب، ۴۲ و ۴ است که نشان دهنده همان نتیجه است.

بدیهی است که ۴٫۲ گرم با ترازویی بدست آمده است که تغییراتِ دهمِ گرم را می‌تواند نشان دهد و لذا این مقدار عددی با ابزاری با دقت بیشتر اندازه‌گیری شده است.

ب) ۴٫۲ گرم و ۴ میکروگرم.

پاسخ (ب): تعداد ارقام با معنی ۴٫۲ و ۴، به ترتیب، برابر دو و یک است. پس در نگاه اول دقت ۴٫۲ گرم بیشتر از ۴ میکروگرم است. مقدارعددی η_p نیز برای این دو اندازه‌گیری، به ترتیب، ۴۲ و ۴ است که نشان دهنده همان نتیجه است.

بدیهی است که ۴ میکروگرم با ترازویی بدست آمده است که تغییراتِ یک میکروگرم را می‌تواند نشان دهد و لذا این مقدار عددی با ابزاری با دقت بیشتر اندازه‌گیری شده است.

ج) ۴٫۲ گرم و ۴۲ میکروگرم.

پاسخ (ب): تعداد ارقام با معنی ۴٫۲ و ۴۲، هر دو برابرِ دو است. پس در نگاه اول دقت ۴٫۲ گرم و ۴۲ میکروگرم برابر است. مقدارعددی η_p نیز برای هر دو اندازه‌گیری، ۴۲ است که نشان دهنده همان نتیجه است.

بدیهی است که ۴۲ میکروگرم با ترازویی بدست آمده است که تغییراتِ یک میکروگرم را می‌تواند نشان دهد و لذا این مقدار عددی با ابزاری با دقت بیشتر اندازه‌گیری شده است.

د) ۴٫۲ گرم و ۷٫۶ گرم.

پاسخ (ب): تعداد ارقام با معنی ۴٫۲ و ۷٫۶، هر دو برابرِ دو است. پس در نگاه اول دقت ۴٫۲ گرم و ۷٫۶ گرم برابر به نظر می‌رسد. اما مقدار عددی η_p برای این دو اندازه‌گیری، به ترتیب، ۴۲ و ۷۶ است که نشان می‌دهد ۷٫۶ گرم دارای دقت بیشتری است.

هر دو نیز با ترازوهایی با دقت یکسان بدست آمده‌اند به طوری که تغییراتی به اندازه دهمِ گرم را نشان می‌دهند.

هـ) ۴٫۲ گرم و ۶۷ سانتی‌متر.

پاسخ (ب): تعداد ارقام با معنی ۴٫۲ و ۶۷، هر دو برابرِ دو است. پس در نگاه اول دقت ۴٫۲ گرم و ۶۷ سانتی‌متر برابر است. اما مقدار عددی η_p برای این دو اندازه‌گیری، به ترتیب، ۴۲ و ۶۷ است که نشان می‌دهد ۶۷ سانتی‌متر دارای دقت بیشتری است. اما از آن جایی که این دو کمیت از دو جنسِ متفاوت هستند مقایسه دقت ابزار در این دو مورد بی‌معنا است.

در مثال(۱) اگر پرسیده شود که کدام اندازه‌گیری دقیق‌تر است در واقع از درستی اندازه‌گیری سؤال شده است. مقایسه درستی اندازه‌گیری‌ها نیز، مطابق با رابطه(۱)، فقط با داشتنِ مقدار واقعی (یا پذیرفته شده) در هر مورد امکان‌پذیر است.

۱-۳. محاسبات عددی و ارقام بامعنی

در محاسبات عددی نیز باید از ارقام زاید صرف نظر کرد و به اصطلاح، نتیجه‌ی عددی محاسبات را گِرد کرد. برای این کار یک قرارداد را با هم توافق می‌کنیم:

۱) اگر در نتیجه‌ی عددی محاسبات، رقمِ بعد از آخرین رقمِ با معنی بزرگتر از ۵ باشد آن را حذف می‌کنیم و یک واحد به آخرین رقمِ بامعنی می‌افزاییم و اگر کوچکتر از ۵ باشد آن را فقط حذف می‌کنیم، بدونِ تغییر در آخرین رقمِ با معنی. اما اگر رقمِ بعد از آخرین رقمِ با معنی (رقمی که باید حذف شود) ۵ باشد به رقم سمتِ چپِ آن نگاه می‌کنیم اگر فرد باشد ۵ را حذف کرده یک واحد به رقم سمت چپ اضافه می‌کنیم و اگر زوج باشد فقط ۵ را حذف می‌کنیم. مثلاً اگر نتیجه محاسبه‌ای عدد ۱٫۲۵۳۸ باشد و بدانیم که نتیجه باید یک عدد با دو رقم بامعنی باشد. آن را به صورت ۱٫۲ می‌نویسیم. همچنین اگر نتیجه محاسبه، عددی بزرگتر از ۱۰ یا کوچکتر از یک باشد باید آن را به صورت "نماد علمی" یعنی به صورت حاصل‌ضربِ عددی بین یک و ده در توان مناسبی از ۱۰ بنویسیم سپس قراردادِ بالا را به کار ببریم. به عنوان مثال، $۱۴۷۰=۱٫۴۷۰\times۱۰^{۳}$ یا $۰٫۰۰۳۲۷=۳٫۲۷\times۱۰^{-۳}$. البته رقمِ صفر در مرتبه یکانِ عددِ ۱۴۷۰ ممکن است"رقم با معنی" نباشد و لذا ممکن است بنویسیم: $۱۴۷۰=۱٫۴۷\times۱۰^{۳}$، البته یکای کمیت فراموش نشود. همچنین، به این نکته باید توجه شود که در نوشتنِ مقدار عددی گرد شده‌ی کمیت‌ها نباید از علامتِ $\approx$ استفاده کرد بلکه علامتِ $=$ مفهوم کافی و صحیح را می‌رساند.

۲) در جمع و تفریقِ اعداد، از ارقامِ با معنی که در سمت راست ممیز واقع شده‌اند و نظیرِ آنها در همان مرتبه بزرگی در سایر اعداد، وجود ندارند بایستی صرف‌نظر کرد و عدد را به طور مناسب گِرد کرد. مثلاً در جمعِ چهار مقدارِ عددی اندازه‌گیری شده از یک کمیت با واحدهای یکسان، ۸۱٫۶، ۷۱۲، ۰٫۰۳ و ۳۴٫۳، درباره بعد از ممیزِ عددِ ۷۱۲ چیزی نمی‌دانیم بنابراین جمع این چهار عدد به صورتِ زیر خواهد بود:

$$۸۲۸ = ۸۲ + ۷۱۲ + ۰ + ۳۴ = ۳۴٫۳ + ۰٫۰۳ + ۷۱۲ + ۸۱٫۶$$

اما در مواردی نیز پیشنهاد می‌شود که مجموع را انجام داده و در آخر، عددِ حاصل جمع را گِرد کنیم. در این صورت مجموع چهار اندازه‌گیری فوق ۸۲۷٫۹۳ بدست می‌آید که گرد شده آن برابر با ۸۲۸ خواهد شد. این در مواردی مهم می‌شود که به عنوان مثال، در اندازه‌گیری مذکور تعداد زیادی اندازه‌گیری با مقادیر عددی چندصدم داشته باشیم، یعنی مثلاً در مجموع، صد اندازه‌گیری با مقادیرِ مختلفِ ۰٫۰۳، ۰٫۰۵ و ۰٫۰۸ و سه اندازه‌گیری با مقادیرِ ۸۱٫۶، ۷۱۲ و ۳۴٫۳.

۳) در ضرب و تقسیم، تعدادِ ارقامِ با معنی نتیجه مساوی است با تعدادِ ارقامِ با معنی عددی که کمترین تعداد رقمِ با معنی را دارد. به عنوان مثال، نتیجه حاصل‌ضرب ۱۴۱٫۳۶ (با پنج رقمِ با معنی) در ۱۰٫۴ (با سه رقمِ با معنی) برابر است با $۱۰^{۳}\times۱٫۴۷$ (با سه رقمِ با معنی) است.

۴) تعداد ارقام بامعنی "اعداد دقیق" بینهایت است. به عنوان مثال، ضریب ۴ در محاسبه مساحت سطح یک کُره ($4\pi r^2$) یک عدد دقیق است و سبب کاهش تعداد ارقام با معنی در مقدار عددی مساحت نمی‌شود. همچنین وقتی میانگین ۱۰ اندازه‌گیری را محاسبه می‌کنید مجموع را به عدد ۱۰ تقسیم می‌کنید. در اینجا نیز عدد ۱۰ یک عدد دقیق است و تعداد ارقام با معنی مقدار میانگین را کاهش نمی‌دهد.

۵) اگر ثابت‌هایی همچون عدد پی یا عدد نِپِر که با اندازه‌گیری آزمایشگاهی بدست نمی‌آیند در محاسبات وجود دارند بهتر است با تعداد ارقام زیاد در محاسبات وارد شوند. اگر از ماشین حساب استفاده می‌کنید همان عددی را که ماشین حساب می‌دهد در محاسبات بکار ببرید. در غیر این صورت اگر از گِرد شده‌ی آن‌ها در محاسبات استفاده می‌کنید تعداد ارقام آن در تعداد ارقام با معنی نتیجه محاسبات مؤثر است و همان قواعد بندهای ۱ تا ۳ در مورد آن‌ها نیز صادق است.

۶) اگر محاسبات در چند مرحله انجام می‌شود و نتیجه هر کدام را مطابق قواعد گفته شده در بندهای قبل گرد می‌کنید نباید از نتیجه گرد شده‌ی محاسبات قبلی در محاسبات بعدی استفاده کرد. بلکه باید مقدار عددی خام (گرد نشده) محاسبات قبلی را در محاسبات بعدی بکار برد و نتیجه نهایی را به تعداد ارقام با معنی مورد نظر گِرد کرد.

مثال ۲. ترازوی رقمی‌ای داریم که مقدار عددی جرم را حداکثر تا سه رقم با معنی بر صفحه نمایش نشان می‌دهد. این ترازو جرم یک بِشِر خالی را ۴۴٫۷ گرم نشان می‌دهد. داخل این بشر تا حدود سه‌چهارمِ حجمش آب می‌ریزیم. ترازو جرم بشرِ حاوی آب را ۱۳۲ گرم نشان می‌دهد. جرم آب درون بشر چقدر است؟

پاسخ: بدیهی است که جرم آب، m، از تفاضلِ دو مقدار عددی جرم داده شده بدست می‌آید:

$$m = m_2 - m_1 = 132 - 44.7 = 132 - 45 = 87\ gr$$

مثال ۳. در مدل اتمی بور، اتم هیدروژن در حالت پایه شامل الکترونی است که در مداری دایره‌ای به شعاع ۰٫۵۳ آنگستروم به دور پروتون می‌گردد. اندازه نیروی کولنی بین الکترون و پروتون در این حالت را محاسبه کنید. بار الکترون و پروتون برابرِ $۱٫۶۰\times۱۰^{-۱۹}$ کولن و ضریب گذردهی خلاء در دستگاه یکاهای SI برابر $۸٫۸۵\times۱۰^{-۱۲}$ است.

پاسخ: از قانون کولن بهره می‌گیریم. همه مقادیر عددی کمیت‌ها را در دستگاه یکاهای SI می‌نویسیم.

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{r^2} = \frac{1}{4\pi\times 8.85\times10^{-12}}\frac{(1.60\times10^{-19})^2}{(0.53\times10^{-10})^2} = 8.1947\times10^{-8}\,N = 8.2\times10^{-8}\,N = 82\,nN$$

مثال ۴. متوسطِ شعاع زمین $۶٫۳۷\times۱۰^{۳}$ کیلومتر است. اگر زمین را به صورت یک کُره با سطحی هموار فرض کنیم مساحت سطح زمین چقدر است؟

پاسخ: نتیجه تا سه رقم با معنی گرد شده است.

$$S_\oplus = 4\pi r^2 = 4\times\pi\times(6.37\times10^3\,km)^2 = 5.09904\times10^8\,km^2 = 5.10\times10^8\ km^2$$

در این محاسبه برای مقدار عددی π، همان عددی که ماشین حساب می‌دهد بکار برده شده است. البته در این نوع محاسبه‌ها که تعداد ارقام با معنی نتیجه دو یا سه رقم است، کافی است π را برابر با ۳٫۱۴۱۶ قرار دهیم.

مثال ۵. جعبه‌ای را بر سطح شیبداری با زاویه شیبِ ثابت ۳۵٫۰ درجه قرار می‌دهیم تا سُر بخورد و پایین بیاید. ضریب اصطکاک بین جعبه و سطح شیبدار ۰٫۲۵ است. الف) شتاب حرکت جعبه چقدر است؟ ب) پس از ۶٫۵ ثانیه جعبه چه مسافتی را بر سطح شیبدار طی خواهد کرد؟ شتاب جاذبه را ۹٫۸۰ متر بر مجذور ثانیه در نظر بگیرید.

پاسخ (الف): در این نوع محاسبه از مقادیر گرد شده نسبت‌های مثلثاتی نباید استفاده کرد.

$$a = g\,(\sin(\theta) - \mu_k\cos(\theta)) = 9.80\times(\sin(35.0^\circ) - 0.25\cos(35.0^\circ)) = 3.6141\,ms^{-2} = 3.6\,ms^{-2}$$

پاسخ (ب): در این محاسبه نباید از مقدار گرد شده‌ی شتاب که در بند (الف) بدست آمد، استفاده کرد. اما نتیجه را، با توجه به اینکه مقدار عددی ضریب اصطکاک دو رقم با معنی دارد، با دو رقم با معنی باید گزارش کرد.

$$x = \tfrac{1}{2}at^2 = \tfrac{1}{2}\times3.6141\times6.5^2 = 76.348\,m = 76\,m \quad .$$

مثال ۶. مفتولی آهنی به طول و قطرِ، به ترتیب، ۱۵ و ۱٫۲ سانتی‌متر در اختیار داریم. الف) مقاومت الکتریکی این مفتول را بدست آورید. ب) اگر به دو سرِ این مفتول اختلاف پتانسیل ۵۵ میکرو ولت برقرار کنیم اندازه جریان عبوری را محاسبه کنید. مقاومت ویژه آهن $۹٫۶۸\times۱۰^{-۸}\ \Omega m$ است.

پاسخ (الف): در رابطه زیر D قطر مفتول است و مقادیرِ عددی تمام کمیت‌ها را در یکاهای SI قرار می‌دهیم.

$$R=\rho\frac{L}{A}=\rho\frac{4L}{\pi D^2}=9.68\times10^{-8}\times\frac{4\times0.15}{3.1416\times0.012^2}=1.2838\times10^{-4}\,\Omega=1.3\times10^{-4}\,\Omega$$

پاسخ (ب): با فرض اینکه این مفتول از قانون اُهم پیروی می‌کند، داریم:

$$i=\frac{\Delta V}{R}=\frac{55\times10^{-6}V}{1.2838\times10^{-4}\,\Omega}=0.4284\,A=0.43\,A\quad .$$

۱-۴. خطای مطلق و خطای نسبی

اندازه‌گیری کوششی است برای تعیین/تخمین مقدار یک کمیت مشخص. در اندازه‌گیری باید دو اصل زیر را درباره‌ی نتیجه اندازه‌گیری در نظر گرفت:

اصل (۱): نتیجه‌ی هیچ اندازه‌گیری‌ای بدون خطا نیست.

اصل (۲): نتیجه‌ی یک اندازه‌گیری بی ارزش است مگر خطای آن نیز گزارش شود.

در بسیاری از آزمایش‌هایی که در آزمایشگاه‌های آموزشی انجام می‌شود اندازه‌گیری یک کمیت فیزیکی شناخته شده خواسته می‌شود. به عنوان مثال، اندازه‌گیری شتاب جاذبه، اندازه‌گیری مقاومت ویژه یک رسانا یا اندازه‌گیری ظرفیت گرمایی ویژه یک ماده. مقدار "پذیرفته شده" یا مقدار "واقعی" چنین کمیت‌هایی را می‌توان در کتاب‌های درسی یا کتاب‌های مرجع به راحتی یافت. اگر کمیتی به مقدارِ واقعی/پذیرفته شده‌ی x_0 را اندازه بگیریم و مقدارِ x را بخوانیم (بدست آوریم) و ثبت کنیم، اختلاف مقدار اندازه‌گیری شده با مقدار واقعی/پذیرفته شده آن کمیت، $\varepsilon=x-x_0$، را "خطای مطلق" در x_0 می‌نامیم. "خطای نسبی" و "درصدِ خطای نسبی" در x_0 را که به ترتیب با f و η_ε نشان می‌دهیم با رابطه(۳) تعریف می‌شوند.

$$f=\left|\frac{\varepsilon}{x_0}\right|\quad ;\quad \eta_\varepsilon=\left|\frac{\varepsilon}{x_0}\right|\times100\% \qquad (۳)$$

لازم است به این نکته توجه شود که خطای مطلق یا خطای نسبی وقتی معنا دارد که مقدار پذیرفته شده کمیت مورد اندازه‌گیری دارای "دقت" و "درستی" بالایی باشد. اگر مقدار پذیرفته شده یک کمیت، خود "عدم قطعیت" بالایی داشته باشد آنگاه خطای مطلق و خطای نسبی با تعاریفی که داده شد، بی‌معنا هستند.

البته باید توجه داشت که اگر x_0 را در اختیار نداشته باشیم $\varepsilon=x-x_0$ را نیز نمی‌توان محاسبه کرد. در بخش‌های (۱-۵) تا (۱-۷)، "خطا" بر مبنای مفهوم بازه عدم قطعیت در اندازه‌گیری و توزیع اندازه‌گیری‌های مکرَّر از کمیت مورد نظر، بازتعریف خواهد شد و برای مقدار واقعی نیز بهترین برآورد ارائه خواهد شد. در این صورت، خطای نسبی و درصد خطای نسبی نیز مشابه با رابطه(۳) قابل محاسبه است.

با این حال در مواردی نیاز است که دو مقدار اندازه‌گیری شده از یک کمیت را با هم مقایسه کنیم، به ویژه وقتی مقدار پذیرفته شده کمیت مورد اندازه‌گیری را در اختیار نداشته باشیم. این مقایسه با محاسبه "درصد اختلاف نسبی" انجام می‌شود. اگر دو مقدار آزمایشگاهی (اندازه‌گیری شده) x_1 و x_2 از یک کمیت داده شده باشد درصدِ اختلاف نسبی، δ، با رابطه(۴) تعریف می‌شود:

$$\delta=\left|\frac{\text{اختلاف دو اندازه‌گیری}}{\text{میانگین دو اندازه‌گیری}}\right|\times100\%=\left|\frac{x_2-x_1}{(x_2+x_1)/2}\right|\times100\% \qquad (۴)$$

۱-۵. مقدار میانگین و پراکندگی اطراف آن

اگر فقط یک اندازه‌گیری منفرد انجام گیرد، هر برآوردی از خطا ممکن است کاملاً غلط باشد. امکان دارد یک خطای اتفاقی بزرگ مربوط به آزمایشگر وجود داشته باشد. همچنین خطا ممکن است مربوط به وسیله خاصِ مورد استفاده باشد. مثال ساده‌ای می‌زنیم: دانشجویی که زمان نوسانهای یک آونگ ساده را اندازه می‌گیرد، ممکن است ۴۹ نوسان را، ۵۰ نوسان

بشمارد. همچنین "زمانِ واکنشِ" دانشجو در استفاده از یک زمان‌سنج دستی ممکن است با دقت زمان‌سنج هم‌مرتبه یا حتی بزرگتر باشد. حتی زمانِ واکنشِ یک دانشجو با زمانِ واکنش دانشجویی دیگر تفاوت دارد. در این حالت به فرض اینکه دانشجو تعداد نوسانها را درست بشمارد، خطای اندازه‌گیری ترکیبی از دقتِ زمان‌سنج و زمانِ واکنش آزمایش‌گر است.

در واقع برای یک تک اندازه‌گیری که از خواندن مقدار نمایشی ابزار بدست می‌آید، نمی‌توان خطا تعریف کرد مگر اینکه از توزیع اندازه‌گیری‌های مکرَّر آن کمیت اطلاع داشته باشیم. شکل توزیع مقادیر اندازه‌گیری‌های مکرَّر هم به ماهیت کمیت و هم به نوع خطاهای اتفاقی دخیل در اندازه‌گیری بستگی دارد. آهنگ شمارش (بارش) پرتوهای کیهانی، طول عمر هسته‌های ناپایدار و بازده (کارایی) یک دستگاه شمارنده همچون شمارنده گایگرِ-مولِر، به ترتیب، دارای توزیع پواسونی، نمایی و دو جمله‌ای هستند که در دو مورد اول شکل توزیع به ماهیت پدیده مربوط است و در سومی به فرایند آشکارسازی دستگاه شمارنده. در مواردی نیز شکل توزیع اندازه‌گیری‌های مکرَّر به عملکرد آزمایش‌گر بستگی دارد. به عنوان مثال، در ثبت زمان تناوب یک آونگ به وسیله یک زمان‌سنج دستی که دقت آن صدم ثانیه است، خطای اتفاقی فردی در زدنِ شروع/پایان زمان-سنج می‌تواند از مرتبه دهم ثانیه باشد و مقادیر زمان تناوب ثبت شده، معمولاً از یک توزیع بهنجار (گاوسی) پیروی می‌کند.

اگر یک کمیت که مقدار واقعی آن x_0 است، N بار اندازه‌گیری شود و به صورتِ x_1، x_2، ... و x_N ثبت شود آن وقت می-توان نوشت $\varepsilon_i = x_i - x_0$، که در آن ε_i "خطای مطلق" در اندازه‌گیری مقدار x_i است و به آن "انحرافِ" x_i نیز می-گویند. میانگینِ مقادیر عددی این N اندازه‌گیری، $\bar{x}$، به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + ... + x_N}{N} = x_0 + \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + ... + \varepsilon_N}{N} \qquad (۵)$$

$\bar{x}$ مقدار "میانگین آزمایشگاهی" نامیده می‌شود. از آنجایی‌که ممکن است برخی از خطاهای مطلقِ ε_1، ε_2، ... و ε_N مثبت و برخی منفی باشند مقدار $\frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + ... + \varepsilon_N}{N}$ می‌تواند بسیار کوچک باشد. در هر صورت این مقدار از لحاظ عددی از بزرگترین مقدارِ هر خطای مطلقِ تک اندازه‌گیری، ε_i، کوچکتر است. بنابراین، اگر e بزرگترین مقدار عددی خطاهای مطلق در این اندازه‌گیری‌ها باشد داریم:

$$\left|\frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + ... + \varepsilon_N}{N}\right| < e \quad \Rightarrow \quad |\bar{x} - x_0| \le e \qquad (۶)$$

در نتیجه $\bar{x}$ به x_0 نزدیک‌تر خواهد بود و می‌توان آن را به عنوان بهترین مقدارِ کمیتِ اندازه‌گیری شده در نظر گرفت. به طور کلی هرچه N بزرگتر باشد، $\bar{x}$ به x_0 نزدیکتر خواهد شد.

از این رو یادآور می‌شویم که با انجام اندازه‌گیری‌های مکرّر از یک کمیت و محاسبه میانگین مقادیر اندازه‌گیری شده خطاهای اتفاقی آزمایشگر در مقدار میانگین آزمایشگاهی تا اندازه‌ای تصحیح می‌شود، اما خطاهای ذاتی خاص آزمایش‌گر یا هر گونه خطای ذاتی وسیله را نمی‌توان با تکرار اندازه‌گیری‌ها رفع کرد.

از آنجایی که x_0 نامعلوم است یافتنِ مقادیرِ ε_1، ε_2، ... و ε_N یا e که در روابط (۵) و (۶) آمده‌اند، ممکن نیست. بنابراین معمولاً پراکندگی اندازه‌گیری‌ها را حولِ $\bar{x}$، میانگین آزمایشگاهی، و نه حول x_0، مورد آزمون قرار می‌دهیم. البته از نگاه نظری مقدارِ x_0 را می‌توان با انجام بینهایت اندازه‌گیری ـ که خطاهای ذاتی در آن‌ها حذف شده‌اند ـ و محاسبه میانگین آن-ها بدست آورد. به این میانگین، "میانگین حقیقی" می‌گوییم و با $\bar{x}_t$ نشان می‌دهیم. برای بررسی پراکندگی مقادیر اندازه-گیری حولِ میانگین آزمایشگاهی، $\bar{x}$، می‌توانیم بنویسیم $d_i = x_i - \bar{x}$ که در آن d_i را "باقیمانده‌ی" x_i می‌نامند. توزیع d_iها بیانگر پراکندگی اندازه‌گیری‌ها حولِ $\bar{x}$ است. حال می‌توان نوشت:

$$x_i = x_0 + \varepsilon_i = \bar{x} + d_i \qquad (۷)$$

به طوری که

$$\varepsilon_i - d_i = \bar{x} - x_0 \qquad (۸)$$

رابطه(۸) را بر روی i از یک تا N جمع می‌زنیم:

$$(\varepsilon_1+\varepsilon_2+...+\varepsilon_N)-(d_1+d_2+...+d_N)=N(\bar{x}-x_0) \qquad (۹)$$

از طرفی با استفاده از رابطه(۵) می‌توان نوشت:

$$\varepsilon_1+\varepsilon_2+...+\varepsilon_N=N(\bar{x}-x_0) \qquad (۱۰)$$

و لذا خواهیم داشت:

$$d_1+d_2+...+d_N=0 \qquad (۱۱)$$

در حالی که مجموعِ مقادیرِ ε_i لزوماً صفر نیست، مگر اینکه مجموعه داده‌های آزمایشگاهی ما دارای بینهایت داده باشد که در این صورت $\bar{x}\to x_0$ و $\bar{x}$ را با $\bar{x}_t$ نشان می‌دهیم. $\bar{x}_t$ را مقدار میانگین حقیقی می‌نامیم.

با استفاده از نمادهای ارائه شده در این بخش، می‌توان مفهوم درستی و درستی نسبی را دوباره مرور کرد: می‌گوییم یک مجموعه از اندازه‌گیری‌های x_1، x_2، ... و x_N وقتی از درستی نسبی برخوردار است که قدر مطلق باقیمانده‌های d_i، صرف‌نظر از مقدار $|\bar{x}-x_0|$، کوچک باشند. در حالی که درستی اندازه‌گیری‌ها وقتی بالا است که مقادیر خطاهای مطلق ε_i کوچک باشند که در این حالت $|\bar{x}-x_0|$ نیز کوچک است. بنابراین درستی در برگیرنده درستی نسبی نیز هست، اما عکس آن الزاماً صحیح نیست. گاه درباره درستی نسبی مقادیر اندازه‌گیری شده به وسیله یک ابزار (دستگاه) بیش از درستی آن‌ها می‌دانیم.

انحرافِ x_i را به صورتِ $\varepsilon_i=x_i-x_0$ تعریف کردیم که می‌توان آن را به صورتِ $\varepsilon_i=x_i-\bar{x}_t$ بازنویسی کرد. "واریانس داده‌ها"، σ^2، به صورت رابطه(۱۲) تعریف می‌شود.

$$\sigma^2=\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}{\varepsilon_i}^2=\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(x_i-\bar{x}_t)^2 \qquad (۱۲)$$

در انتها، از واریانسِ (وَردایی) مجموعه داده‌ها، مشخصه‌ای به نامِ "انحراف معیار داده‌ها" را تعریف خواهیم کرد که میزان پراکندگی اندازه‌گیری‌ها را اطراف مقدار میانگین نشان می‌دهد.

اما در تعریفی که با رابطه(۱۲) برای واریانسِ داده‌ها آمده است، ما مقدار میانگین حقیقی را نمی‌دانیم چرا که برای آن باید مجموعه داده‌های ما دارای بینهایت اندازه‌گیری مکرّر باشد. شاید به نظر برسد که بهترین کار این است که در رابطه(۱۲)، میانگین آزمایشگاهی، $\bar{x}$، را که حاصلِ همان N اندازه‌گیری در مجموعه داده‌ها است به جای میانگین حقیقی، $\bar{x}_t$، جایگزین کنیم. اما می‌توان نشان داد که این جایگزینی صحیح نیست و واریانسِ مجموعه داده‌های آزمایشگاهی به صورت رابطه(۱۳) اصلاح می‌شود [۱].

$$\text{واریانس مجموعه داده‌های آزمایشگاهی}=\sigma^2=\frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N}(x_i-\bar{x})^2 \qquad (۱۳)$$

لذا برای محاسبه واریانسِ مجموعه داده‌های با تعداد محدود باید مجموع مربعات باقیمانده‌ها را به N-1 تقسیم کنیم در حالی که در تعریفی که با رابطه(۱۲) داده شده است، مجموع مربعات انحراف‌ها به N تقسیم می‌شد. در بعضی مراجع واریانسِ تعریف شده با رابطه(۱۳) را، برای تفکیکِ دو تعریف، با s^2 نشان می‌دهند. با بسط رابطه(۱۳) می‌توان آن را به صورتِ

$$\text{واریانس مجموعه داده‌های آزمایشگاهی}=\sigma^2=\frac{N}{N-1}(\overline{x^2}-\bar{x}^2) \quad ; \quad \overline{x^2}=\frac{\sum {x_i}^2}{N} \qquad (۱۴)$$

ساده و بازنویسی کرد.

"انحراف معیار مجموعه داده‌ها" ریشه دومِ واریانسِ مجموعه داده‌ها تعریف می‌شود. همان‌طور که پیشتر نیز اشاره شد، انحراف معیار مجموعه داده‌ها، σ، میزان پراکندگی اندازه‌گیری‌ها را اطراف مقدار میانگین نشان می‌دهد.

$$\text{انحراف معیار مجموعه داده‌های آزمایشگاهی} = \sigma = \sqrt{\frac{N}{N-1}(\overline{x^2} - \overline{x}^2)} \qquad (۱۵)$$

۱-۶. اندازه‌گیری و گزارش مقدار عددی آن

یک اندازه‌گیری وقتی معنادار است که در مورد درستی آن حرفی برای گفتن داشته باشیم. در واقع پیش‌بینی‌های نظریه‌ها وقتی می‌توانند مورد آزمون قرار گیرند که بتوان استدلالی در مورد درستی اندازه‌گیری‌ها ارائه کرد. از طرف دیگر، نتایج اندازه‌گیری‌های ما تخمین‌هایی هستند که باید به همراه بازه عدم قطعیت‌شان گزارش شوند، در غیر این صورت نیز بی‌معنا هستند. در گزارش‌های علمی، مرسوم است که کلمه "خطا" معادل با عدم قطعیت در اندازه‌گیری بکار برده شود. در این صورت غالباً خطا با یک مقدار عددی مثبت بیان می‌شود. در ادامه با همین مفهوم از کلمه خطا نام می‌بریم.

بنابراین، در هر اندازه‌گیری باید خطا یا مقدار عددی عدم قطعیت در اندازه‌گیری برآورد شود اگرچه مقدار واقعی را ندانیم! یک اندازه‌گیری را که به نتیجه‌یِ x منجر شده است و خطای آن نیز مقدار e برآورد شده در نظر بگیرید. آزمایش‌گر می‌تواند نتیجه را به یکی از دو صورتِ $x \pm e$ یا $x \pm \varepsilon\%$ گزارش کند که در نوعِ دوم $\varepsilon = \frac{e}{x} \times 100$، درصدِ خطایِ نسبی در اندازه‌گیری آن کمیت است. به عنوان مثال، در گزارش یک دمای اندازه‌گیری شده‌ای می‌توان نوشت:

$$T = 37.1 \pm 0.1\,^{\circ}C \qquad \text{یا} \qquad T = 37.1\,^{\circ}C \pm 3\%$$

در گزارشِ نتیجه به صورتی که از درصد خطای نسبی استفاده نمی‌شود باید توجه کرد که تعداد "اعشار با معنی" مقدار عددی نتیجه اندازه‌گیری و خطا باید برابر باشند. به عنوان مثال، دو گزارشِ $T = ۳۷٫۱ \pm ۰٫۱۲\,^{\circ}C$ و $T = ۳۷٫۱۳ \pm ۰٫۱\,^{\circ}C$ بی‌معنا هستند.

نکته‌ی مهمی که باید توجه کرد این است که $x \pm e$ به معنای آن نیست که نتیجه‌ی درست، حتماً بینِ $x-e$ و $x+e$ قرار دارد. بلکه به این معنا است که فقط احتمالی (البته قابل توجه) وجود دارد که نتیجه‌ی درست دارای مقداری بین $x-e$ و $x+e$ باشد. یا اینکه اگر اندازه‌گیری دیگری از آن کمیت انجام شود احتمالی (البته قابل توجه) وجود دارد که مقدار جدید در بازه $x-e$ و $x+e$ باشد.

۱-۷. خطای معیارِ مقدارِ میانگین

اگر کمیتِ x را N مرتبه با خطای e اندازه‌گیری کنیم می‌توان نشان داد که عدم قطعیت در مقدارِ میانگینِ x که با نام "خطای معیارِ مقدارِ میانگین" می‌شناسیم برابر است با $\frac{e}{\sqrt{N}}$. به عبارت دیگر مقدارِ میانگینِ آزمایشگاهی، $\overline{x}$، را باید به صورت رابطه(۱۶) گزارش کرد.

$$\text{مقدار میانگین} = \overline{x} \pm \frac{e}{\sqrt{N}} \qquad (۱۶)$$

اگر از خطای اندازه‌گیری‌ها، e، اطلاع کافی نداشته باشیم و اگر خطاهای غالب از نوع اتفاقی باشند، می‌توان مقدارِ e را برابر با انحراف معیارِ اندازه‌گیری‌ها، σ_x، که با رابطه(۱۵) داده می‌شود در نظر گرفت. این مطلب به این معناست که اگر اندازه‌گیری دیگری از x انجام شود (می‌توان نشان داد که اگر توزیعِ خطاها گاوسی باشد) احتمالی حدود ۶۸ درصد وجود دارد که این مقدارِ x در بازه $\overline{x} \pm \sigma_x$ قرار گیرد.

لذا مشابه با رابطه(۱۶)، مقدار میانگین را می‌توان با خطایی برابر با $\frac{\sigma_x}{\sqrt{N}}$ گزارش کرد که در آن N تعداد اندازه‌گیری‌ها است. یعنی به صورتِ

$$\text{مقدار میانگین} = \overline{x} \pm \frac{\sigma_x}{\sqrt{N}} \qquad (۱۷)$$

دوباره یادآوری می‌کنیم که انحراف معیار یک مجموعه داده از اندازه‌گیری‌های مکرَّر از یک کمیت مشخص، σ_x، میزان پراکندگی داده‌ها را حول میانگین آزمایشگاهی آن مجموعه داده، نشان می‌دهد در حالی که خطای معیارِ میانگین، $\frac{\sigma_x}{\sqrt{N}}$، میزان پراکندگی میانگین‌های مختلفِ حاصل از چند مجموعه داده از اندازه‌گیری‌های مکرَّر را حول میانگین آزمایشگاهی کل نشان می‌دهد.

وقتی اندازه‌گیری یک کمیت را تکرار می‌کنیم افزایش تعداد اندازه‌گیری‌ها مقدار انحراف معیارِ مجموعه داده‌ها را تغییر نمی‌دهد. با این حال، بدیهی است که خطای معیارِ میانگین با ضریبِ $\frac{1}{\sqrt{N}}$ کاهش می‌یابد و این به این معناست که دقت و لذا (اگر تعداد اندازه‌گیری‌های مکرَّر به اندازه کافی زیاد باشد) تعداد ارقام با معنی مقدار میانگین نیز افزایش می‌یابد.

مثال ۷. آونگ ساده‌ای با استفاده از یک توپ فلزی و مقداری نخ سبک آماده کردیم. بعد از نصب و با اندازه‌گیری دقیق، طول آونگ ۹۱۹ mm بدست آمد. زمان هر تک نوسان کامل (زمان تناوب) را ۱۰ مرتبه با استفاده از یک زمان‌سنج با دقت صدم ثانیه اندازه گرفتیم. جدول(م۷-۱) مقادیر اندازه‌گیری شده را نشان می‌دهد. با استفاده از رابطه زمان تناوبِ یک آونگ ساده،

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \quad \Rightarrow \quad g = \frac{4\pi^2 L}{T^2}$$

مقدار شتاب جاذبه را در هر اندازه‌گیری محاسبه کرده در سطر دوم جدول(م۷-۱) ثبت کنید. مقدار میانگین شتاب جاذبه را با خطای آن گزارش کنید.

پاسخ: مقدار شتاب جاذبه در هر اندازه‌گیری محاسبه و در سطر دوم جدول(م۷-۱) ثبت شد. مقدار میانگین شتاب جاذبه $\bar{g} = ۹٫۶۶\ \text{ms}^{-2}$ بدست می‌آید. با توجه به رابطه(۱۷)، عدم قطعیت (خطای معیار) مقدار میانگین با توجه به انحراف‌معیار (σ_g) برابر با $\frac{\sigma_g}{\sqrt{N}}$ است که در آن N تعداد اندازه‌گیری‌ها است. انحراف‌معیارِ مقادیر شتاب جاذبه که در سطر دوم جدول(م۷-۱) آمده است، $\sigma_g = ۰٫۳۹۹۴\ \text{ms}^{-2} = ۰٫۴\ \text{ms}^{-2}$ محاسبه می‌شود و لذا

$$e_{\bar{g}} = \frac{\sigma_g}{\sqrt{N}} = \frac{0.3994}{\sqrt{10}} = 0.13\ ms^{-2} \quad \Rightarrow \quad \bar{g} = 9.66 \pm 0.13\ ms^{-2}$$

جدول(م۷-۱). نتایج اندازه‌گیری ۱۰مرتبه زمان تک نوسان کامل آونگ.

زمان تک نوسان (s)	۱٫۸۷	۱٫۹۷	۱٫۹۱	۱٫۹۹	۱٫۹۶	۱٫۹۴	۱٫۹۱	۱٫۹۰	۱٫۹۸	۱٫۹۶
شتاب جاذبه (ms^{-2})	۱۰٫۴ (۱۰٫۳۷)	۹٫۳۵	۹٫۹۵	۹٫۱۶	۹٫۴۴	۹٫۶۴	۹٫۹۵	۱۰٫۰ (۱۰٫۰۵)	۹٫۲۵	۹٫۴۴

۱-۸. محاسبه و برآوُردِ خطای کمیت‌های مرکب

گاهی اوقات پژوهش‌گر ناچار است مقدارِ کمیتی مانندِ f را تعیین کند که تابعی از چند متغیرِ اندازه‌پذیر (کمیت فیزیکی) است. در این‌گونه موارد باید بدانیم چگونه خطای کمیتِ مرکبِ f، یعنی e_f، را بر حسب خطای هر یک از اندازه‌پذیرها، e_i، محاسبه کنیم. چگونگی تأثیر e_iها بر e_f را "انتشار خطا" می‌گوییم.

تابعِ $f(x_1, x_2, ..., x_n)$ را که به متغیرهای اندازه‌پذیرِ

$$x_i \quad : \quad i = 1, 2, 3, \ldots, n$$

وابسته است در نظر بگیرید. معمولاً مقادیرِ x_i به طور تجربی اندازه‌گیری شده‌اند که همه‌ی آن‌ها همراه با خطاهای متناظرِ e_i گزارش می‌شوند. حال سؤال این است که مقدار f چگونه باید گزارش شود و خطای آن چقدر است؟ در بیشترِ مواردِ عملی متغیرهای x_i ناهم‌بسته‌اند. در این صورت "خطای معیارِ f" از رابطه(۱۸) محاسبه می شود.

$$e_f = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} (e_i \frac{\partial f}{\partial x_i})^2} \qquad (۱۸)$$

با ذکر چند مثال کاربرد رابطه(۱۸) را برای محاسبه خطای یک کمیت مرکب نشان می‌دهیم.

مثال ۸. سرعتِ صوت با اندازه‌گیری زمانی که طول می‌کشد تا یک علامت صوتی مشخص مسافتِ معینی را بپیماید بدست می‌آید. اگر 2.4 ± 0.2 s طول بکشد تا صوت مسافتِ 815 ± 5 m را بپیماید، سرعت صوت و خطای معیارِ آن چه‌قدر است؟

پاسخ: با توجه به تعریف سرعت در حرکت یکنواخت داریم:

$$v = v(x,t) \quad ; \quad v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \qquad \Rightarrow \qquad v = \frac{815}{2.4} = 339.58\, m s^{-1} = 3.4 \times 10^2\ m s^{-1}$$

با محاسبه مشتق‌های رابطه(۱۸) برای e_v می‌توان نوشت:

$$e_v = \sqrt{(e_x \frac{\partial v}{\partial x})^2 + (e_t \frac{\partial v}{\partial t})^2} = \sqrt{e_x^2 \frac{1}{\Delta t^2} + e_t^2 (\frac{-\Delta x}{\Delta t^2})^2} = \sqrt{(\frac{\Delta x}{\Delta t})^2 [(\frac{e_x}{\Delta x})^2 + (\frac{e_t}{\Delta t})^2]} = v \sqrt{(\frac{e_x}{\Delta x})^2 + (\frac{e_t}{\Delta t})^2}$$

با جایگذاری مقادیر عددی داریم:

$$e_v = v \sqrt{(\frac{e_x}{x})^2 + (\frac{e_t}{t})^2} = 339.58 \times \sqrt{(\frac{5}{815})^2 + (\frac{0.2}{2.4})^2} = 28.37\, m s^{-1} = 0.3 \times 10^2\ m s^{-1}$$

بنابراین با توجه به قواعد تعداد ارقام با معنی در محاسبات، سرعتِ صوت باید به صورتِ ۳۴۰±۳۰ متر بر ثانیه گزارش شود به طوری‌که صفرهای جلوی اعداد با معنی نیستند. لذا بهتر است سرعت صوت به این صورت گزارش شود:

$$v = (3.4 \pm 0.3) \times 10^2\, m s^{-1}$$

در این اندازه‌گیری، زمان با "دقت" خوبی اندازه‌گیری نشده است. به عبارت دیگر، "عدم قطعیت" در اندازه‌گیری زمان نسبت به اندازه‌گیری مسافت، بالا است. این را می‌توان با مقایسه درصدِ خطای نسبی در اندازه‌گیری زمان و مسافت به راحتی نشان داد: $\varepsilon_t = \frac{0.2}{2.4} \times 100\% = 8\%$ در مقایسه با $\varepsilon_x = \frac{5}{815} \times 100\% = 0.6\%$، حدود ۱۳ برابر بزرگ‌تر (بدتر) است. لذا با توجه به رابطه بدست آمده برای e_v، خطای محاسبه سرعت صوت بیشتر متأثر از خطای اندازه‌گیری زمان است و به این دلیل بزرگ بدست آمده است: $\varepsilon_v = \frac{0.3}{3.4} \times 100\% = 9\%$.

مثال ۹. با یک عدسی همگرا (مقعر) از یک چشمه نورِ کوچک تصویری بر پرده ایجاد کرده‌ایم. فاصله چشمه نور و تصویر از عدسی با عدم قطعیت ۰٫۵ سانتی‌متر، به ترتیب، ۸۲٫۵ و ۹۸٫۰ سانتی‌متر اندازه‌گیری شده است. فاصله کانونی عدسی را با عدم قطعیت آن گزارش کنید.

پاسخ: با توجه به رابطه شناخته شده $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$ که در آن p و q به ترتیب، فاصله جسم و تصویر از عدسی و f فاصله کانونی عدسی است، می‌توان نوشت:

$$f = \frac{pq}{p+q} = \frac{82.5 \times 98.0}{82.5 + 98.0} = 44.792\, cm = 44.8\, cm$$

$$e_f = \sqrt{(e_p \frac{\partial f}{\partial p})^2 + (e_q \frac{\partial f}{\partial q})^2} = \sqrt{{e_p}^2 (\frac{q}{p+q})^4 + {e_q}^2 (\frac{p}{p+q})^4} = (\frac{pq}{p+q})^2 \sqrt{(\frac{e_p}{p^2})^2 + (\frac{e_q}{q^2})^2} =$$

$$= f^2 \sqrt{(\frac{e_p}{p^2})^2 + (\frac{e_q}{q^2})^2} = 44.792^2 \times \sqrt{(\frac{0.5}{82.5^2})^2 + (\frac{0.5}{98.0^2})^2} = 0.1806 = 0.2\, cm$$

و لذا $f = 44.8 \pm 0.2\, cm$.

مثال ۱۰. آونگ ساده‌ی مثال(۷) را درنظر بگیرید. با این آونگ در دو مرحله مطابق زیر آزمایشی برای اندازه‌گیری شتاب جاذبه انجام می‌دهیم:

مرحله اول: زمان هر تک نوسان کامل آونگ (زمان تناوب) را ۱۰ مرتبه با استفاده از یک زمان‌سنج با دقت صدم ثانیه اندازه گرفتیم. جدول(م۱۰-۱) مقادیر اندازه‌گیری شده را نشان می‌دهد. شتاب جاذبه را با محاسبه میانگین زمان تناوب و با استفاده از رابطه زمان تناوبِ یک آونگ ساده،

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \quad \Rightarrow \quad g = \frac{4\pi^2 L}{T^2}$$

بدست آورید و آن را گزارش کنید.

جدول(م۱۰-۱). نتایج اندازه‌گیری ۱۰مرتبه زمان تک نوسان کامل آونگ.

زمان تک نوسان (s)	۱٫۸۷	۱٫۹۷	۱٫۹۱	۱٫۹۹	۱٫۹۶	۱٫۹۴	۱٫۹۱	۱٫۹۰	۱٫۹۸	۱٫۹۶

پاسخ مرحله اول: کمترین و بیشترین مقدارِ زمان تناوب آونگ به ترتیب، ۱٫۸۷ و ۱٫۹۹ ثانیه بدست آمده است. این نشان دهنده بزرگ‌تر بودنِ خطای اتفاقی (میزان پراکندگی اعداد) از دقت زمان‌سنج است. انحراف‌معیار مقادیر زمان تناوب، s ۰٫۰۴= s ۰٫۰۳۹ $= \sigma_T$ است که نشان می‌دهد خطای اتفاقی حدود چهار برابرِ دقت زمان‌سنج است. خطای معیار میانگین، s ۰٫۰۱= s ۰٫۰۱۲ $= \frac{\sigma_T}{\sqrt{N}}$ بدست می‌آید و لذا مقدار میانگین زمان تک نوسان کامل آونگ به صورت $\overline{T} = ۱٫۹۴ \pm ۰٫۰۱$ s گزارش می‌شود. از این میانگین می‌توان شتاب جاذبه را محاسبه کرد:

$$g = \frac{4\pi^2 L}{\overline{T}^2} = ۹٫۶۳۹۸۸ \text{ ms}^{-2} = ۹٫۶۴ \text{ ms}^{-2}$$

حال با محاسبه مشتق‌های رابطه(۱۸) برای e_g می‌توان نوشت:

$$e_g = \sqrt{(e_L \frac{\partial g}{\partial L})^2 + (e_T \frac{\partial g}{\partial T})^2} = \sqrt{[e_L \frac{4\pi^2}{T^2}]^2 + [e_T \frac{8\pi^2 L}{T^3}]^2} = \sqrt{(\frac{4\pi^2 L}{T^2})^2 [(\frac{e_L}{L})^2 + 4(\frac{e_T}{T})^2]} = g\sqrt{(\frac{e_L}{L})^2 + 4(\frac{e_T}{T})^2}$$

که در آن برای زمان تناوب، مقدار میانگینِ زمان تناوب و برای e_T خطای معیار آن را قرار می‌دهیم. همچنین برای e_L همان دقت اندازه‌گیری طول آونگ را در نظر می‌گیریم. با جایگذاری مقادیر عددی داریم:

$$e_g = g\sqrt{(\frac{e_L}{L})^2 + 4(\frac{e_T}{T})^2} = 9.6399 \times \sqrt{(\frac{1}{919})^2 + 4 \times (\frac{1}{194})^2} = 0.0999\, ms^{-2} = 0.10\, ms^{-2}$$

بنابراین مقدار میانگین شتاب جاذبه به صورت زیر گزارش می‌شود:

$$\overline{g} = 9.64 \pm 0.10\ ms^{-2}$$

مرحله دوم: زمان هر تک نوسان کامل آونگ را ۱۰۰ مرتبه با همان زمان‌سنج اندازه گرفتیم. جدول(م۱۰-۲) مقادیر اندازه-گیری شده را با فراوانی هر مقدار نشان می‌دهد. شتاب جاذبه را با یافتن مقدار میانگین زمان تناوب بدست آورید و آن را گزارش کنید.

جدول(م۱۰-۲). نتایج اندازه‌گیری ۱۰۰مرتبه زمان تک نوسان کامل آونگ و فراوانی آنها.

زمان تک نوسان (s)	۱٫۷۸	۱٫۷۹	۱٫۸۰	۱٫۸۱	۱٫۸۲	۱٫۸۳	۱٫۸۴	۱٫۸۵	۱٫۸۶	۱٫۸۷	۱٫۸۸	۱٫۸۹	۱٫۹۰
فراوانی	۲	۰	۱	۱	٦	۱	۲	۷	۱۰	۲	۲	۳	۹
زمان تک نوسان (s)	۱٫۹۱	۱٫۹۲	۱٫۹۳	۱٫۹۴	۱٫۹۵	۱٫۹۶	۱٫۹۷	۱٫۹۸	۱٫۹۹	۲٫۰۰	۲٫۰۱	۲٫۰۲	---
فراوانی	۱۰	۲	٤	۱۰	۱۰	۳	۱	۲	۹	۲	۰	۱	---

پاسخ مرحله دوم (روش معمولِ محاسبه مقدار میانگین): کمترین و بیشترین مقدار زمان تناوب آونگ به ترتیب، ۱٫۷۸ و ۲٫۰۲ ثانیه است. پراکندگی اعداد بزرگ‌تر از دقت زمان‌سنج و از مرتبه دهم ثانیه است. انحراف‌معیار مقادیر زمان تناوب آونگ، σ_T = ۰٫۰۵۶۰ s = ۰٫۰۶ s است. مشابه با پاسخ *مرحله اول*، مقدار میانگین این مقادیر به صورت، ۱٫۹۰۷ ± ۰٫۰۰۶ s محاسبه و گزارش می‌شود. با توجه به افزایش تعداد اندازه‌گیری‌ها نسبت به مرحله اول، می‌بینیم که خطای معیار میانگین نصف و میانگین با چهار رقم با معنی گزارش شده است و لذا دقت مقدار میانگین بهتر شده است: $\overline{T}$ = ۱٫۹۰۷ s ± ۰٫۳٪. این در حالی است که در مرحله اول داریم، $\overline{T}$ = ۱٫۹۴ s ± ۰٫۵٪. البته توجه به این نکته نیز اهمیت دارد که درستی مقدار میانگین تغییر کرده است. اما از آن‌جایی که مقدار "واقعی" را نمی‌دانیم نمی‌توانیم درستی این دو مقدار میانگین را مقایسه کنیم. دانستنِ مقدار واقعی زمان تناوب به مقدار واقعی شتاب جاذبه در محل اندازه‌گیری وابسته است که خود، مجهولِ مسأله ماست!

مشابه با آنچه در پاسخ مرحله اول انجام شد، می‌توان شتاب جاذبه را با مقدار جدید میانگینِ زمان تناوب محاسبه کرد:

$$g = \frac{4\pi^2 L}{\overline{T}^2} = ۹٫۹۷۶۴\ \text{ms}^{-2} = ۹٫۹۸\ \text{ms}^{-2}$$

برای عدم قطعیت در مقدار شتاب جاذبه نیز داریم:

$$e_g = g\sqrt{(\frac{e_L}{L})^2 + 4(\frac{e_T}{T})^2} = 9.9764 \times \sqrt{(\frac{1}{919})^2 + 4 \times (\frac{6}{1907})^2} = 0.06371 ms^{-2} = 0.06 ms^{-2}$$

بنابراین مقدار میانگین شتاب جاذبه به صورت زیر گزارش می‌شود:

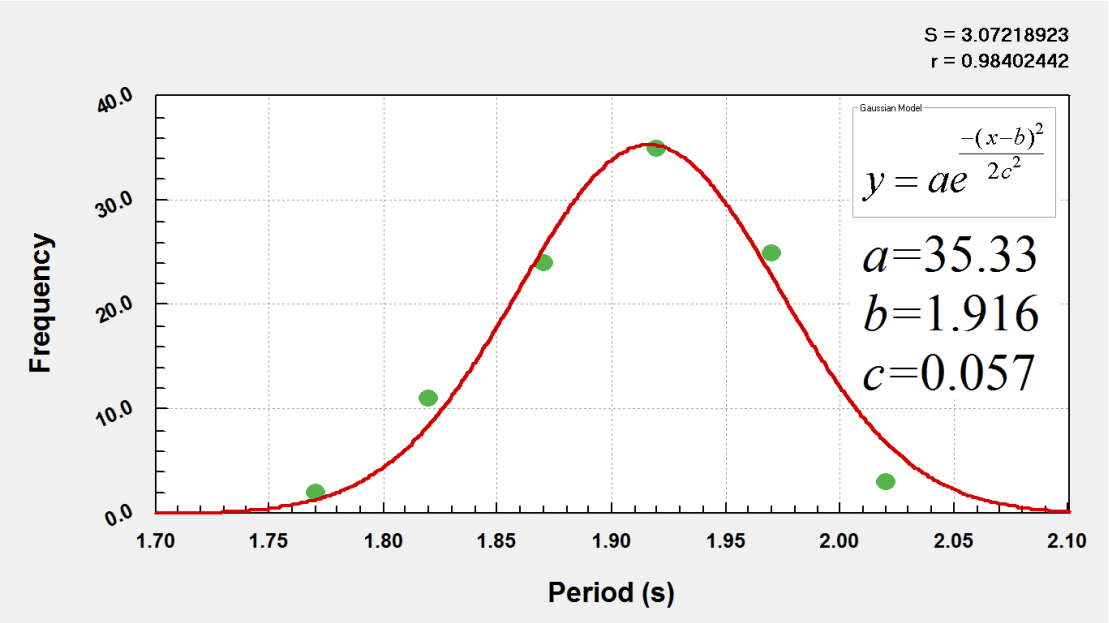
$$\overline{g} = ۹٫۹۸ \pm ۰٫۰۶\ \text{ms}^{-2}$$

پاسخ مرحله دوم (توزیع گاوسی خطای اتفاقی): با توجه به پراکندگی مقادیر زمان تناوب، بازه‌هایی به طول ۰٫۰۵ ثانیه (حدود انحراف‌معیار) حول مقادیر مرکزی‌ای که در جدول(م۱۰-۳) آمده است در نظر می‌گیریم. مجموع فراوانی‌ها را در هر بازه نیز در جدول(م۱۰-۳) آورده‌ایم.

جدول(م۱۰-۳). دسته‌بندی نتایج اندازه‌گیری ۱۰۰ مرتبه زمان تک نوسان کامل آونگ با بازه ۰٫۰۵ ثانیه و فراوانی آنها.

زمان تک نوسان (s)	۱٫۷۷	۱٫۸۲	۱٫۸۷	۱٫۹۲	۱٫۹۷	۲٫۰۲
فراوانی	۲	۱۱	۲٤	۳٥	۲٥	۳

معمولاً خطای اتفاقی در این نوع اندازه‌گیری یک توزیع گاوسی دارد. شکل(م۱۰-۱) نمودار این فراوانی‌ها را به همراه تابع گاوسی برازش یافته (با استفاده از نرم‌افزار رسم نمودارِ CurveExpert) نشان می‌دهد. انحراف‌معیار توزیع گاوسی ۰٫۰۶ s = $\sigma = c =$ ۰٫۰۵۷ s است. مقدار میانگین، $\overline{T} =$ ۱٫۹۱۶±۰٫۰۰۶ s بدست می‌آید. اگرچه با مقدارِ حاصل از تعریفِ معمولِ میانگین (پاسخ قبلی: $\overline{T} =$ ۱٫۹۰۷±۰٫۰۰۶) متفاوت است اما لبه بازه اطمینان دو نوع محاسبه با هم هم‌پوشانی دارد و از نظر آماری این دو مقدار در محدوده خطای اتفاقی، یکسان هستند. مشابه با محاسبه قبل، مقدار شتاب جاذبه ms^{-2} $g =$ ۹٫۹۸±۰٫۰۶ بدست می‌آید.



شکل(م۱۰-۱). نمودار فراوانی نتایج اندازه‌گیری ۱۰۰ مرتبه زمان تک نوسان کامل آونگ با بازه ۰٫۰۵ ثانیه به همراه تابع گاوسی برازش یافته.

در اینجا خطای نسبیِ مؤثر اندازه‌گیری زمان تناوب، $\frac{2e_T}{T}$، حدود شش برابرِ خطای نسبی اندازه‌گیری طول، $\frac{e_L}{L}$، است. از آنجایی که نسبت خطای اتفاقی ($e = \sigma =$ ۰٫۰۶ s) به زمان تناوب آونگ (۱٫۹۱۶ s) حدود سه درصد است می‌توان به جای اندازه‌گیری زمان تک نوسان، زمان پنج نوسان کامل را اندازه گرفت. چرا که خطای اتفاقی ناشی از زدن شروع/پایان زمان-سنج در اندازه‌گیری زمان پنج نوسان نباید با خطای اتفاقی در اندازه‌گیری زمان تک نوسان تفاوت چندانی داشته باشد. در این صورت این نسبت (منظور نسبتِ خطای اتفاقی به زمان پنج نوسان کامل آونگ) به کمتر از یک درصد کاهش خواهد یافت و لذا دقت اندازه‌گیری زمان تناوب بهبود می‌یابد.

۲. یک گزارش علمی

نتیجه کار محققان و پژوهش‌گران که در مجلات علمی-پژوهشی به صورت مقاله منتشر می‌شود، یک گزارش علمی است. همچنین بسیار اتفاق می‌افتد که شخص یا گروهی پیرامون موضوعی تحقیق کرده نتیجه کار خود را به مقام بالاتر گزارش کند. در این موارد نیز گرچه ممکن است نحوه نوشتن گزارش اندکی متفاوت باشد اما باید از جامعیت کافی برخوردار بوده بیان کننده دقیقِ موضوع و نتایج حاصل از آن باشد.

منظور از نوشتنِ گزارش‌کارِ آزمایش فقط انجام یک تکلیف درسی نیست، بلکه هدف از آن *آشنا شدن با یک تحلیل علمی و استنتاج صحیح از داده‌های خام حاصل از یک آزمایش یا تحقیق* است. به عبارت دیگر، هدف از نوشتنِ گزارش‌کارِ آزمایش *آشنا شدن با چگونگی تنظیم یک گزارش علمی* می‌باشد. فصل هفتم از مرجع [۲] به تشریح شیوه نگارش یک گزارش آزمایشگاه می‌پردازد.

یک گزارش‌کار باید شامل بخش‌های زیر باشد:

۱) برگه‌ای حاوی

- ❖ شماره و عنوان آزمایش،
- ❖ مشخصات کامل گزارش‌دهندگان (نام و نام خانوادگی، شماره دانشجویی، گروه، ردیف و شماره میز) و تاریخ انجام آزمایش.

۲) برگه‌ای با محتوای

- ❖ عنوان آزمایش،
- ❖ هدف آزمایش،
- ❖ خلاصه‌ای از نظریه و نحوه انجام آزمایش: فقط ارائه تعریفها، قوانین و روابط ریاضی، و اینکه چه کمیّت‌هایی اندازه‌گیری شده است و چه کمیّت‌هایی را باید با تحلیل داده‌های اولیه (خام) به دست آورد، کافی است.
- ❖ طرح‌واره‌ای از چینش آزمایش شامل وسایل و ابزارهای مهم مورد استفاده در آزمایش.

۳) برگه یا برگه‌هایی حاوی جدول داده‌ها (مقادیر اندازه‌گیری: با ذکر یکای مناسب آنها و با رعایت تعداد ارقام با معنی) و نیز روابط ریاضی مناسب به همراه محاسبات عددی مربوط به هر مرحله از آزمایش به صورت تفکیک شده.

۴) رسم نمودارها و انجام محاسبات مربوط به آن‌ها،

- ❖ نمودارها باید برحسب نیاز، در برگه‌های ترسیمِ میلی‌متری، نیمه لگاریتمی و یا تمام لگاریتمی، حداقل به ابعاد یک ورقه A5 رسم شود (بخشِ ۲-۱ را ببینید).
- ❖ هر محور مختصات باید دارای عنوان (معرفِ کمّیّت مورد نظر)، درجه‌بندی صحیح و واحدِ کمّیّتِ تصویر شده روی محور باشد. در رسم نمودارها سعی شود از حداکثرِ فضای برگه ترسیم استفاده گردد. همچنین در درجه-بندی محورها، می‌بایست اعداد اصلی با فاصله مشخص، روی محورهای افقی و عمودی نوشته شوند نه اعداد اندازه‌گیری شده.
- ❖ علاوه بر نقاط اندازه‌گیری، نقاطِ مهمِّ نمودار (مثلاً اگر نمودار یک خط راست است نقاط مورد استفاده برای محاسبه شیب خط یا نقطه عرض از مبدأ) که در محاسبات مورد استفاده قرار می‌گیرد، باید روی نمودار به همراه مختصات‌شان به وضوح مشخص شوند. این نقاط مهم، از نقاط روی منحنی (یا خطراستِ) رسم شده انتخاب می‌شوند نه از نقطه‌داده‌های اندازه‌گیری شده. بنابراین مختصاتِ این نقاط باید از روی برگه ترسیم، خوانده شود.
- ❖ جدول‌ها و نمودارها می‌بایست شماره و عنوان داشته باشند به طوری‌که در متنِ گزارش‌کار بتوان به طور مشخص به آنها ارجاع داد. به عنوان مثال: *با توجه به اندازه‌گیری‌های ثبت شده در جدول(۱)، نمودار جرم بر*

حسب حجم در یک برگه ترسیم میلی‌متری در شکل(۱) رسم شده است. این نمودار خط راستی را نشان می‌دهد که شیب آن، با توجه به رابطه(۲)، برابر با چگالی است. بنابراین ... .

۵) در انتها، ارائه خلاصه‌ای از نتایج و نیز بحث در مورد خطاها، دقت و درستی نتایج.

۲-۱. انواع برگه‌های ترسیم

کمیتی که در طول آزمایش به دلخواه تغییر داده می‌شود، "متغیر مستقل" می‌نامیم و معمولاً بر محور افقی دستگاه مختصات تصویر می‌شود. کمیتی را که تابعِ مقدارِ متغیر مستقل است، "متغیر وابسته" می‌نامیم و بر محور عمودی دستگاه مختصات تصویر می‌شود. به عنوان مثال زمان تناوب یک آونگ ساده به طول آونگ وابسته است. لذا در آزمایشی می‌توان طول آونگ را به دلخواه تغییر داد و زمان تناوب را برای هر طول اندازه گرفت در این مورد طول آونگ متغیر مستقل و زمان تناوب متغیر وابسته است. به این ترتیب، هر تک اندازه‌گیری شامل زوج‌ـمقدارِ (x, y) است که در آن x متغیر مستقل و y متغیر وابسته است. به این زوج‌ـمقدار "نقطه‌داده" نیز می‌گوییم.

به نشان دادن نقطه‌داده‌ها در یک دستگاه مختصات "رسمِ نمودار" می‌گوییم. رسم نمودار ساده‌ترین روش برای نشان دادن چگونگی تغییرات کمیتی بر حسب تغییرات کمیتی دیگر است. نرم‌افزارهای فراوانی برای رسم نمودار وجود دارد که هر آزمایش‌گری باید با تعدادی از آنها آشنا باشد. این نرم‌افزارها، همچنین قادرند که منحنی‌ها (یا توابعی) که می‌توانند چگونگی وابستگی دو کمیت را به یکدیگر نشان دهند، به کاربر (آزمایش‌گر) پیشنهاد دهند. با این حال، رسم نمودار به صورت دستی که در برگه‌های خاصی (برگه‌های ترسیم) انجام می‌شود جنبه‌های آموزشی بسیاری دارد که در آزمایشگاه‌های آموزشی بسیار خواسته می‌شود. معمولاً در این نوع آزمایشگاه‌ها رسم نمودارهایی خواسته می‌شوند که یک رفتار خطی را نشان می‌دهند. رفتارهای غیر خطی لزوماً باید با کمک نرم‌افزارهای رسم نمودار مطالعه شوند.

بسیاری از رفتارهای غیر خطی را می‌توان با تغییر متغیرهایی به صورت خطی تبدیل کرد. جدول(۱) نمونه‌هایی از توابع (رفتارهای) غیر خطی مشهوری را نشان می‌دهد که می‌توان آن‌ها را به راحتی خطی کرد.

جدول(۱). نمونه‌هایی از خطی‌سازی تعدادی توابع (رفتارهای) غیرخطی.

ردیف	معادله غیرخطی	متغیر وابسته	متغیر مستقل	معادله خطی شده $y = ax + b$	متغیر وابسته، y	متغیر مستقل، x
۱	$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$	T	l	$T^2 = (\frac{4\pi^2}{g})l$	T^2	l
۲	$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$	T	l	$T = \frac{2\pi}{\sqrt{g}}\sqrt{l}$	T	$\sqrt{l}$
۳	$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$	T	l	$\log(T) = \frac{1}{2}\log(l) + \log(\frac{2\pi}{\sqrt{g}})$	$\log(T)$	$\log(l)$
۴	$H = \frac{1}{2}gt^2$	H	t	$\log(H) = 2\log(t) + \log(\frac{g}{2})$	$\log(H)$	$\log(t)$
۵	$N = N_0 e^{-\lambda t}$	N	t	$\log(N) = -\lambda\log(e)t + \log(N_0)$	$\log(N)$	t
۶	$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t$	Δx	t	$\frac{\Delta x}{t} = \frac{a}{2}t + v_0$	$\frac{\Delta x}{t}$	t
۷	$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$	q	p	$\frac{1}{q} = -\frac{1}{p} + \frac{1}{f}$	$\frac{1}{q}$	$\frac{1}{p}$
۸	$I = \frac{\varepsilon}{R + r}$	I	R	$\frac{1}{I} = \frac{1}{\varepsilon}R + \frac{r}{\varepsilon}$	$\frac{1}{I}$	R

در اینجا به معرفی انواع برگه‌های ترسیم می‌پردازیم. این برگه‌های ترسیم بیشتر برای رسم دستی نمودارهای مربوط به رفتارهای خطی شده مورد استفاده قرار می‌گیرند. در انتهای این بخش در یک مثالِ مفصل، رسم نمودار و تحلیل‌های مربوط به آن مرور شده است.

سه نوع برگه ترسیم وجود دارد که برحسب نیاز یکی از آنها انتخاب می‌شود.

الف) برگه ترسیم میلی‌متری: در این برگه‌ها هر دو محور مختصات (محور افقی و عمودی) به صورت خطی و بر حسب میلی‌متر تقسیم‌بندی شده‌اند. این برگه‌ها برای رسم نمودار توابع خطی ($y = ax + b$)، مورد استفاده قرار می‌گیرد.

ب) برگه ترسیم نیمه‌لگاریتمی: در این نوع برگه‌ها محورِ افقی (xها) به صورت خطی و محورِ عمودی (yها) به صورت لگاریتمی (و دوره‌ای) تقسیم‌بندی شده است. در درجه‌بندی محورِ عمودی، شروعِ هر دوره روی این محور را می‌توان با توانهای متوالی از عدد ۱۰ (و یا هر عدد دیگری مثلاً عدد نِپِر e=۲٫۷۱۸) نشان داد. هر دوره بر محور عمودی، خود به ۱۰ قسمتِ نامساوی که از پایین به بالا کوچک‌تر می‌شوند تقسیم می‌شود. عددِ مربوط به نقاط بین هر دوره نیز به این صورت تعیین می‌شود که عددِ شروعِ دوره را به خودش اضافه می‌کنیم، این عدد نماینده مقدارِ دومین نقطه است. مقدار نقطهٔ سوم با اضافه کردن عدد شروع دوره به مقدارِ نقطه دوم به دست می‌آید و به این ترتیب نقاط دیگر نیز مدرج می‌شوند. حال هر نقطه روی محور عمودی نشان‌دهنده لگاریتمِ عددِ نماینده آن نقطه است، البته در هر مبنایی که محور درجه‌بندی شده است. در بسیاری از برگه‌های نیمه‌لگاریتمی هر قسمت از این تقسیم‌بندی‌ها به قسمت‌های کوچک‌تر نیز تقسیم شده‌اند.

این نوع برگه‌ها برای رسم توابعی که در آن متغیر وابسته، y، تغییراتِ بسیار وسیع‌تری نسبت به تغییراتِ متغیر مستقل خود، x، دارد، مناسب است. از جمله‌ی این نوع رفتارها توابعِ نمایی هستند که به صورتِ رابطه(۱۹) داده می‌شوند.

$$y = Ae^{kx} \qquad (۱۹)$$

این توابع در این نوع برگه‌های ترسیم به صورتِ خط راست نمایش داده می‌شوند. زیرا با گرفتن لگاریتم از طرفینِ آن رابطه‌ای به صورتِ

$$\ln(y) = kx + \ln(A) \qquad (۲۰)$$

خواهیم داشت. چنانچه $\ln(y)$ را با z نمایش دهیم رابطه(۲۰) به صورت $z = kx + c$ تبدیل می‌شود که معرف یک خط راستی است که در آن، k شیبِ خط و $c = \ln(A)$ مقدارِ ثابتِ عرض از مبدأ آن است.

توجه شود برای رسمِ این خطِ راست نباید x و $\ln(y)$ هر نقطه‌داده را روی محورها (در برگه ترسیم نیمه‌لگاریتمی) مشخص کرد بلکه کافی است x و y آن نقاط را روی محورها مشخص کنیم. این نکته نیز مهم است که در این صورت محور عمودی باید بر حسب توان‌های عددِ نِپِر مدرج شده باشد. در مواردِ کاربردی بهتر است محور عمودی بر حسب توان‌های ۱۰ مدرج شود و از طرفینِ رابطه(۱۹)، لگاریتم در مبنای ۱۰ گرفته شود. از رابطه(۱۹) خواهیم داشت:

$$\log(y) = k\log(e)\,x + \log(A) \qquad (۲۱)$$

رابطه(۲۱) نیز رفتار $\log(y)$ را بر حسب x خطی نشان می‌دهد و این رابطه معرف خط راستی است که در آن، $k\log(e)$ شیبِ خط و $\log(A)$ مقدارِ ثابتِ عرض از مبدأ آن است.

ج) برگه ترسیم تمام‌لگاریتمی: در این برگه‌ها محور افقی و عمودی هر دو به صورت لگاریتمی (و دوره‌ای) تقسیم‌بندی شده‌اند. درجه‌بندی این دو محور شبیه به درجه‌بندی محور عمودی برگه‌های ترسیم نیمه‌لگاریتمی است.

در این برگه‌ها توابعِ توانی که با رابطه(۲۲) تعریف می‌شوند به صورتِ یک خط راست رسم می‌شوند.

$$y = Ax^n \qquad (۲۲)$$

با گرفتن لگاریتم (در مبنای ۱۰) از طرفین رابطه(۲۲) خواهیم داشت:

$$\log(y) = n\log(x) + \log(A) \qquad (۲۳)$$

واضح است نمودارِ $\log(y)$ بر حسبِ $\log(x)$ به صورت خط راستی است که در آن، n شیبِ خط و $\log(A)$ مقدارِ ثابتِ عرض از مبدأ آن است. توجه شود در این‌جا هر دو محورِ افقی و عمودی بر حسب توان‌های ۱۰ مدرج می‌شوند و برای رسم خط فقط کافی است مقادیر x و y نقطه‌داده‌های اندازه‌گیری شده را روی محورها بیابیم نه لگاریتم آنها را. به

این نکته باید توجه داشت که محورِ مرجع عمودی همان خط $\log(x)=0$ است. محور مرجع (مختصات) عمودی از نقطه 10^0 بر محور افقی می‌گذرد و به همین ترتیب، محور مرجع افقی نیز از نقطه 10^0 بر محور عمودی می‌گذرد.

۲-۲. رسم نمودار و برازِش منحنی

برای رسم منحنی، برگه ترسیم مناسبی را انتخاب کرده محورهای مختصات افقی و عمودی را درجه‌بندی می‌کنیم:

الف) شروع درجه‌بندی هر محور می‌تواند بر مبدأ مختصات منطبق نباشد.

ب) درجه‌بندی محورها با توجه به کمینه و بیشینه مقادیر اندازه‌گیری انجام می‌شود.

ج) بهتر است تمام کمیت‌های اندازه‌گیری شده بر حسب یکی از دستگاه یکاهای SI یا cgs روی محورها تصویر شوند تا در یکای کمیت‌هایی که از نمودار بدست می‌آوریم دچار اشتباه نشویم.

د) درجه‌بندی محورها نباید به گونه‌ای باشد که نقطه‌داده‌ها به صورت فشرده در وسط یا در یک گوشه از صفحه مختصات قرار گیرند، بلکه باید طول و عرض نقطه‌داده‌ها قسمت غالبِ محورهای مختصات را در بر بگیرند.

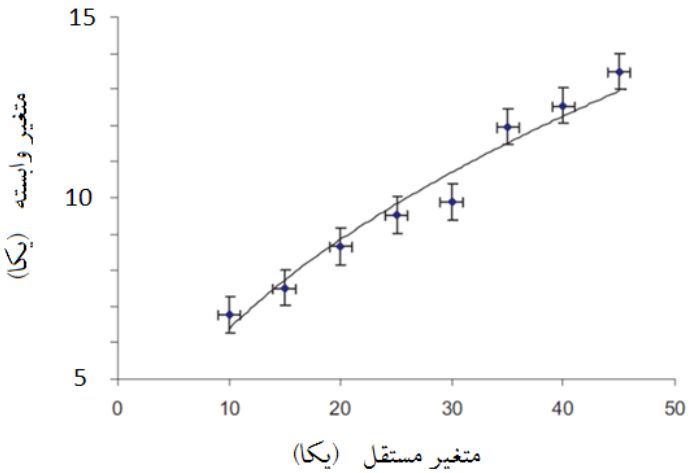
هـ) در برگه‌های ترسیم میلی‌متری فاصله‌های درجه‌بندی (طولِ واحد) محور افقی می‌تواند با فاصله‌های درجه‌بندی محور عمودی متفاوت باشد. می‌توان مقادیر درجه‌بندی محورها را به صورت نماد علمی نوشت و جمله توانی از ده را فقط یکبار آن‌هم در انتهای هر محور قرار داد.

و) عنوانِ هر محور در زیرِ محور و در فاصله‌ای مناسب از آن و وسط طول محور نوشته می‌شود. عنوان هر محور نام همان کمیتی است که مقادیر اندازه‌گیری‌اَش روی آن محور تصویر شده است.

ز) واحد کمیتی که روی هر محور تصویر می‌شود باید در کنارِ عنوانِ آن محور و معمولاً داخل پرانتز نوشته شود.

ح) تمام نقطه‌داده‌ها در برگه ترسیم باید به صورتی قابل رویت با یک نمادِ مشخص نمایش داده شوند. در نرم‌افزارهای رسم نمودار معمولاً از یک شکل هندسی ساده‌ی توپُر یا توخالی مانند دایره، مربع، مثلث، لوزی یا ستاره‌ای کوچک استفاده می‌شود. البته در رسمِ دستی در برگه‌های ترسیم شاید استفاده از نماد دایره کوچکِ توپُر یا توخالی ساده‌تر باشد. اگر دو نمودار در یک برگه ترسیم با محورهای مختصات مشترک رسم می‌کنید باید از دو نماد متفاوت برای هر نمودار استفاده کرد.

همان طور که پیشتر گفته شد، هر نقطه‌داده شامل یک مختصه افقی (متغیر مستقل، طولِ نقطه‌داده) و یک مختصه عمودی (متغیر وابسته، عرضِ نقطه‌داده) است که معمولاً هر دو با خطای (عدم قطعیتِ) تعریف شده و معینی اندازه‌گیری شده‌اند. خطای مختصه طول و عرض هر نقطه‌داده را می‌توان، به ترتیب، با رسم یک خط افقی و یک خط عمودی به طوری‌که آن نقطه‌داده در مرکز قرار گیرد نشان داد. به این خطوط افقی و عمودی "میله‌های خطا" می‌گویند. اندازه هر میله خطا مربوط به هر مختصه از یک نقطه‌داده با مقدار خطای برآوُرد شده متناظر با آن مختصه برابر است. شکل(۲) نمایشی از یک نمودار را که در آن هر نقطه‌داده به همراه میله‌های خطا رسم شده است نشان می‌دهد. در واقع هر نقطه‌داده یک "نقطه" نیست بلکه به دلیل عدم قطعیت در اندازه‌گیری مختصه طول و عرض، معرِّف یک پهنه‌ای است به مرکز آن نقطه‌داده به طوری‌که احتمال قابل توجه‌ای وجود دارد که مقدار "واقعی" در آن پهنه قرار داشته باشد.



شکل(۲). یک نمودار که در آن هر نقطه‌داده به همراه میله‌های خطای متناظر رسم شده است. منحنی‌ای که بر نقطه‌داده‌ها برازش یافته نیز در نمودار آمده است.

اینک می‌توان بر اساس نقاط مشخص شده منحنی‌ای که تغییراتی پیوسته را نشان می‌دهد، رسم کرد. برای رسم منحنی نباید نقاط به دست آمده را به صورت خط شکسته به یکدیگر وصل کرد بلکه باید یک خط راست یا یک منحنی را به بهترین شکل از میان آنها به نحوی عبور داد که از بیشترِ نقاط عبور کرده و (احتمالاً) تعدادی از نقاط در بالا و تعدادی در پایین آن قرار گیرند به طوری که منحنی یا خط راست در بین نقاط، به طور "متعادل" قرار گیرد. این کار را "برازشِ" منحنی بر نقطه‌داده‌ها گویند. خط راست را می‌توان به وسیله یک خط‌کش، ترجیحاً شفاف، رسم کرد. اما برازشِ منحنی به صورت دستی و بدون ابزار خاص یا نرم‌افزارهای رسم نمودار، معنادار نیست.

اما یک روش محاسباتی برای برازش منحنی بر نقطه‌داده‌ها، استفاده از روش "کمترین مربعات" است (بخش ۲-۳ را ببینید) که در نرم‌افزارهای رسم نمودار از آن استفاده می‌شود. اگر از یک نرم‌افزار رسم نمودار استفاده می‌کنید علاوه بر تصویر نمودار، معادله منحنی یا خط راست برازش یافته بر نقطه‌داده‌ها را نیز به شما خواهد داد.

۲-۳. تعیین شیب خط راست

اگر منحنی رسم شده یک خط راست است و باید شیب خط محاسبه گردد می‌توان به یکی از شش روشِ زیر این کار را انجام داد:

۱) اگر از برگه ترسیم میلی‌متری استفاده کرده‌اید زاویه خط راست با محور افقی را با نقاله اندازه گرفته تانژانت زاویه را در کسری که بیانگر نسبت مقیاس محور افقی به مقیاس محور عمودی است، ضرب کنید (بند ۲ را نیز ببینید). همان‌طور که پیشتر گفته شد، فاصله‌های درجه‌بندی (طولِ واحد) محور افقی می‌تواند با فاصله‌های درجه‌بندی محور عمودی متفاوت باشد. این تفاوت با مشخصه‌ای به نام "مقیاس" بیان می‌شود. اگر مقیاس محور مختصاتی $\frac{1}{n}$ باشد، به این معناست که هر واحدِ طول روی آن محور (که با خط‌کش اندازه‌گیری می‌شود: مثلاً یک سانتی‌متر از آن محور)، معادل n واحد از کمیت اصلی می‌باشد. لذا اگر یک سانتی‌متر از محور افقی و نیز یک سانتی‌متر از محور عمودی، به ترتیب، معادلِ n_x و n_y واحد از کمیتی‌هایی باشند که بر آن دو محور تصویر شده‌اند تانژانت زاویه را باید در کسرِ $\frac{n_y}{n_x}$ ضرب کرد تا شیب خط به درستی بدست آید. مطابق با تعریف مقیاس، طول هندسی یک واحد از کمیتی که بر محور افقی (عمودی) تصویر شده است برابر با $\frac{1}{n_x}$ ($\frac{1}{n_y}$) سانتی‌متر از آن محور است.

۲) اگر از برگه ترسیم میلی‌متری استفاده کرده‌اید مثلث قائم الزاویه‌ای رسم کنید به طوری که وتر آن بخشِ بزرگی از خط راست رسم شده باشد. طول اضلاع زاویه قائمه را به وسیله خط‌کش اندازه‌گیری کنید. نسبت طول ضلع عمودی به طول ضلع افقی ضرب‌در نسبتِ $\frac{n_y}{n_x}$، شیب خط را می‌دهد.

۳) اگر از برگه ترسیم تمام لگاریتمی استفاده کرده‌اید زاویه خط راست با محور افقی را با نقاله اندازه بگیرید. همچنین، طول یک دوره از محور افقی و عمودی را با خط‌کش اندازه بگیرید. اگر آن دو را، به ترتیب، با L_x و L_y نشان دهیم شیب خط برابر است با حاصل ضرب تانژانت زاویه بدست آمده در کسرِ $\frac{L_x}{L_y}$.

۴) اگر از برگه ترسیم نیمه‌لگاریتمی استفاده کرده‌اید زاویه خط راست با محور افقی را با نقاله اندازه بگیرید. همچنین، مقیاس محور افقی، $\frac{1}{n_x}$، و نیز طول یک دوره از محور عمودی، L_y، را با خط‌کش اندازه بگیرید. در مورد واحد n_x و L_y دقت شود: به عنوان مثال، اگر یک سانتی‌متر از محور افقی معادلِ n_x واحد از کمیتی باشد که بر آن محور تصویر شده است L_y را باید برحسب سانتی‌متر اندازه گرفت. شیب خط برابر است با حاصل ضرب تانژانت زاویه بدست آمده در کسرِ $\frac{1}{L_y n_x}$. می‌توانید به جای استفاده از نقاله، طول اضلاع زاویه قائمه را با خط‌کش اندازه بگیرید به این ترتیب نسبتِ آن دو تانژانت زاویه را می‌دهد.

۵) مثلثی قائم الزاویه رسم کنید به طوری که وتر آن بخشِ بزرگی از خط راست رسم شده باشد. با بدست آوردنِ اندازه واقعی اضلاع زاویه قائمه (که از روی محورها در برگه ترسیم خوانده می‌شود) و محاسبه نسبت اندازه واقعی ضلع عمودی به اندازه ضلع افقی، شیب خط محاسبه می‌گردد. به عبارت دیگر در این روش، برای محاسبه شیبِ یک خط راست در برگه ترسیم، اختلافِ عرض‌های دو نقطه دلخواه واقع بر خطِّ رسم شده (نقاط دو سرِ وترِ مثلثِ قائم الزاویه‌ی رسم شده؛ بهتر است این دو نقطه هر چه دورتر از یکدیگر انتخاب شوند) را بر اختلافِ طول‌های آن دو نقطه تقسیم می‌کنیم:

۵-۱) اگر از برگه ترسیم میلی‌متری استفاده کرده‌اید، Δy و Δx، به ترتیب اختلافِ عرض‌ها و طول‌های آن دو نقطه دلخواه هستند و شیب خط برابر است با $\frac{\Delta y}{\Delta x}$.

۵-۲) اگر از برگه ترسیم نیمه‌لگاریتمی استفاده کرده‌اید، مطابق با رابطه(۲۱)، $\Delta \log(y)$ و Δx، به ترتیب اختلافِ عرض‌ها و طول‌های آن دو نقطه دلخواه هستند و شیب خط برابر است با $\frac{\Delta \log(y)}{\Delta x}$.

۵-۳) اگر از برگه ترسیم تمام‌لگاریتمی استفاده کرده‌اید، مطابق با رابطه(۲۳)، $\Delta \log(y)$ و $\Delta \log(x)$، به ترتیب اختلافِ عرض‌ها و طول‌های آن دو نقطه دلخواه هستند و شیب خط برابر است با $\frac{\Delta \log(y)}{\Delta \log(x)}$.

چند روش برای یافتن شیب و عرض از مبدأ یک خط راست برازش یافته بر نموداری با رفتار خطی در مرجعِ [۲] مرور شده است.

۶) استفاده از روش محاسباتی "کمترین مربعات". از آنجایی که توابعِ خطی، نمایی و توانی گستره‌ی وسیعی از رفتارهای پدیده‌های فیزیکی را دَربَر می‌گیرند و نیز اینکه دو تابع نمایی و توانی را می‌توان به صورت رابطه‌ای خطی تبدیل کرد در اینجا روش کمترین مربعات را تنها برای بدست آوردن شیب و عرض از مبدأ یک رابطه‌ی خطی شرح می‌دهیم. البته کلیاتِ این روش برای هر نوع رابطه‌ای یکسان است.

فرض کنید رابطه(۲۴) معادله بین دو کمیت x و y را بیان می‌کند. به عبارت دیگر، رابطه(۲۴) معرفِ بهترین خطی است که از میان مجموعه نقطه‌داده‌های اندازه‌گیری در برگه ترسیم می‌گذرد.

$$y(x) = a\,x + b \qquad (۲۴)$$

در اینجا، مسأله، تعیین مقادیر a و b است.

فرض کنید زوج اندازه‌گیری‌هایِ (x_1,y_1)، (x_2,y_2)، ... و (x_n,y_n) انجام شده باشد. همچنین فرض کنید که فقط در اندازه‌گیری مقادیرِ y_i ها خطا داریم. طبق فرضِ "کمترین مربعات"، بهترین مقادیرِ a و b مقادیری هستند که برای آنها $s = \sum_{i=1}^{n}(y_i - ax_i - b)^2$ کمینه شود. به این دلیل آن را روش کمترین مربعات می‌نامند. البته فرض

دیگری نیز در این برازش شده است و آن اینکه وزن آماری هر نقطه‌داده برای یافتنِ بهترین خط یکسان است. برای کمینه شدنِ s باید مشتق‌های s نسبت به a و b را صفر قرار داد. با حل دو معادله به دست آمده، می‌توان نشان داد که مقادیر a و b از روابط زیر به دست می‌آیند:

$$a=\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})}{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2} \quad \text{و} \quad b=\bar{y}-a\,\bar{x} \qquad \text{(۲۵-الف)}$$

در رابطه (۲۵-الف)، a را می‌توان به صورت زیر نیز باز نویسی کرد:

$$a=\frac{n\times\sum x_iy_i-\sum x_i\sum y_i}{n\times\sum x_i{}^2-\sum x_i\sum x_i} \quad or \quad a=\frac{\sum x_iy_i-n\bar{x}\,\bar{y}}{\sum x_i{}^2-n\bar{x}^2} \quad \text{و} \quad b=\bar{y}-a\bar{x} \qquad \text{(۲۵-ب)}$$

در روابط فوق داریم:

$$\overline{x}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i \quad \text{و} \quad \overline{y}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}y_i \qquad (۲۶)$$

اگر خطا در مقادیرِ y_iها یکسان و برابرِ e فرض شود خطا در مقادیر محاسبه شده a و b، به ترتیب، از روابط(۲۷ـالف) و (۲۷ـب) بدست می‌آید. این روابط را می‌توان با استفاده از رابطه(۱۸) اثبات کرد.

$$e_a=e\sqrt{\frac{n}{n\sum x_i{}^2-\sum x_i\sum x_i}} \qquad \text{(۲۷-الف)}$$

$$e_b=e\sqrt{\frac{\sum x_i{}^2}{n\sum x_i{}^2-\sum x_i\sum x_i}} \qquad \text{(۲۷-ب)}$$

اگر بهترین خطی که از مبدأ می‌گذرد مورد نظر باشد مقدارِ a به ازای $b=0$ از رابطه(۲۸) به دست می‌آید:

$$a=\frac{\sum_{i=1}^{n}x_iy_i}{\sum_{i=1}^{n}x_i{}^2} \qquad (۲۸)$$

اگر این خط از نقطه‌ی دلخواهی چون (x_0,y_0) و نه از مبدأ، بخواهد (باید) بگذرد آنگاه

$$a=\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-x_0)(y_i-y_0)}{\sum_{i=1}^{n}(x_i-x_0)^2} \quad \text{و} \quad b=y_0-ax_0 \qquad (۲۹)$$

باید توجه داشت که در آزمایشگاه‌های فیزیک پایه در بیشترِ موارد به جهت جنبه‌های آموزشی آن، مقادیرِ a و b باید از روی نموداری که با دست روی کاغذهای ترسیم رسم شده است به روش‌های هندسی که در ابتدای همین بخش، در بندهای (۱) تا (۶) بیان شد، محاسبه شوند. البته در مواردی نیز باز هم به جهت جنبه‌های آموزشی آن، محاسبات به روش کمترین مربعات نیز از آزمایشگر خواسته می‌شود. در مرجع [۳] روش کمترین مربعات وقتی هر دو متغیرِ مستقل و وابسته دارای خطا هستند مطالعه شده است که خواننده علاقه‌مند می‌تواند به آن مراجعه کند.

مثال ۱۱: مکعب‌هایی توپُر از یک فلز به ابعاد مختلف در اختیار داریم. مقادیر اندازه‌گیری شده جرم، m، و بُعد مکعب‌ها، a، در جدول(م۱۱-۱) ثبت شده است. جرم و بُعد مکعب‌ها، به ترتیب، با ترازویی با دقت دهمِ گرم و کولیسی با دقت ۰٫۰۵ میلی‌متر اندازه‌گیری شده‌اند. با بکارگیری یک روش تحلیل مناسب چگالی فلز را بیابید.

جدول(م۱۱-۱). مقادیر اندازه‌گیری شده جرم و بُعد مکعب‌ها.

جرم (gr)	۸٫۲	۲۰٫۳	۳۹٫۷	۶۵٫۲	۱۰۸
بُعد (cm)	۱٫۴۵	۱٫۹۵	۲٫۴۵	۲٫۹۰	۳٫۴۰

پاسخ اول: با توجه به تعریف چگالی داریم: $V = a^3$: $m = \rho V$. لذا نمودار جرم، m، بر حسب حجم مکعب‌ها، V، در یک برگه ترسیم میلی‌متری خط راستی است که از مبدأ مختصات می‌گذرد و شیب آن چگالی فلز، ρ، خواهد بود. حجم مکعب‌ها را محاسبه و در جدول(م۱۱-۲) مقابل جرم متناظرشان ثبت می‌کنیم.

جدول(م۱۱-۲). مقادیر جرم و حجم مکعب‌ها.

جرم (gr)	۸٫۲	۲۰٫۳	۳۹٫۷	۶۵٫۲	۱۰۸
حجم (cm^3)	۳٫۰۵	۷٫۴۲	۱۴٫۷	۲۴٫۴	۳۹٫۳

با توجه به بازه تغییراتِ جرم و حجم، محورهای عمودی و افقی مختصاتِ برگه ترسیم را، به ترتیب، برای جرم (متغیر وابسته) و حجم (متغیر مستقل) درجه‌بندی می‌کنیم به طوری‌که از حداکثر فضای برگه ترسیم برای رسم خط استفاده کنیم، شکل(م۱۱-۱) را ببینید. حال به راحتی می‌توان نقطه‌داده‌های (V, m) را با توجه به مقادیر جدول(م۱۱-۲) بر روی برگه ترسیم با دایره‌های توپُر علامت‌گذاری کرد. البته با توجه به دقت درجه‌بندی محورها و اینکه نباید درجه‌بندی‌ای ریزتر از درجه‌بندی برگه ترسیم در نظر گرفت ارقام جدول(م۱۱-۲) در نقطه‌یابی بر روی برگه ترسیمِ شکل(م۱۱-۱) به صورت مقادیرِ جدول(م۱۱-۳) گرد شده‌اند.

جدول(م۱۱-۳). مقادیر گِرد شده جرم و حجم مکعب‌ها در نقطه‌یابی.

جرم (gr)	۸	۲۰	۴۰	۶۵	۱۰۸
حجم (cm^3)	۳٫۰	۷٫۵	۱۴٫۵	۲۴٫۵	۳۹٫۵

حال کافی است بهترین خط راستی که این نقاط معرف آن هستند و البته از مبدأ مختصات نیز بگذرد با یک خط‌کش رسم کنیم. این کار نیاز به دقت و حوصله کافی دارد و بهتر است با یک خط‌کش شفاف انجام شود. حال، مطابق با روش معرفی شده در بند(۵) از بخش (۲-۳)، دو نقطه دلخواه از خط راست رسم شده را که به اندازه کافی از هم فاصله دارند انتخاب می‌کنیم. این دو نقطه به مختصات A(۶٫۰، ۱۶) و B(۴۲٫۰، ۱۱۳) بر روی خط مشخص شده‌اند.

با محاسبه شیب خط، چگالی فلز بدست می‌آید:

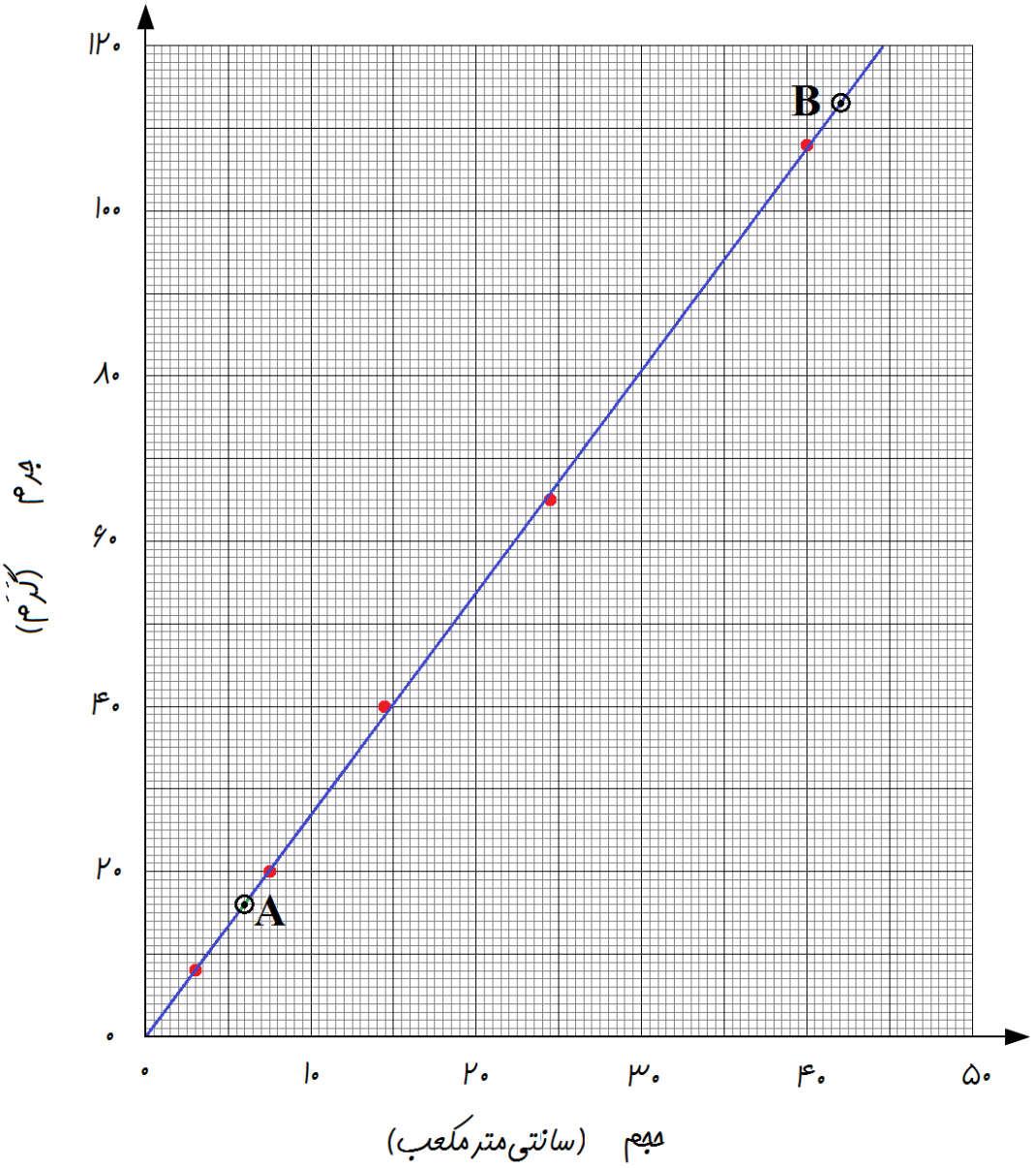
$$\text{چگالی فلز} = \text{شیب خط} = \left|\frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}\right| = \left|\frac{113-16}{42.0-6.0}\right| = \frac{97\,gr}{36.0\,cm^3} = 2.6944\,\frac{gr}{cm^3} = 2.7\,\frac{gr}{cm^3}$$

اگر دقت درجه‌بندی محور عمودی و افقی (به ترتیب، ۱± گرم و ۰٫۵± سانتی‌متر مکعب) را به عنوان عدم قطعیت مختصه‌های عرض و طول دو نقطه A و B در نظر بگیریم با استفاده از رابطه(۱۸)، می‌توان نشان داد که عدم قطعیت در مقدار چگالی محاسبه شده $\pm 0.07\,\frac{gr}{cm^3}$ بدست می‌آید. با این حال، اگر "بدترین" خط با بیشترین (۲٫۸۵) و کمترین (۲٫۵۵) شیب را با توجه به نقطه‌داده‌ها رسم کنیم عدم قطعیت در محاسبه شیب حدود دو برابر بزرگتر از آن بدست می‌آید.

اگر بازه تغییراتِ متغیر مستقل و وابسته طوری است که اجازه می‌دهد مبدأ مختصات در برگه ترسیم دیده شود و نیز اگر خط رسم شده (همچون این مثال) باید مبدأ مختصات را شامل شود انتخاب یک نقطه برای محاسبه شیب خط کافی است. لذا با استفاده از مختصات نقطه B داریم:

$$\text{چگالی فلز} = \text{شیب خط} = \left|\frac{y_B}{x_B}\right| = \frac{113\,gr}{42.0\,cm^3} = 2.6904\,\frac{gr}{cm^3} = 2.7\,\frac{gr}{cm^3}$$

پاسخ دوم: در بند 'پاسخ اول' به جای یافتن دو نقطه دلخواه A و B، می‌توان از یکی از دو روش بند(۱) و (۲) که در بخش (۲-۳) معرفی شدند بهره گرفت. با نقاله زاویه خط راست رسم شده را نسبت به محور مختصات افقی اندازه می‌گیریم. این زاویه برابرِ ۵۳ درجه بدست می‌آید. اما شیب خط برابر با تانژانت این زاویه نیست:



شکل(م۱۱-۱). نمودار جرم مکعب‌ها بر حسب حجم آن‌ها.

با یک خط‌کش، از صفر تا ۵۰ سانتی‌مترمکعب بر محور افقی (طول‌ها) را اندازه می‌گیریم. این فاصله برابرِ ۱۱٫۴ سانتی‌متر است. لذا هر ۱ سانتی‌متر از محور طول‌ها تقریباً معادلِ ۴٫۳۸ سانتی‌متر مکعب است. یعنی مقیاس محور افقی، $\frac{1}{n_x}$، برابرِ $\frac{1\ cm}{4.38\ \mathrm{cm}^3}$ است. از صفر تا ۱۲۰ گرم بر محور عمودی (عرض‌ها) نیز برابرِ ۱۳٫۶ سانتی‌متر است. لذا هر ۱ سانتی‌متر از محور عرض‌ها معادلِ ۸٫۸۲ گرم است. یعنی مقیاس محور عمودی، $\frac{1}{n_y}$، برابرِ $\frac{1\ cm}{8.82\ gr}$ است[۱].

بنابراین، شیب خط و لذا چگالی فلز، به صورت زیر بدست می‌آید:

[۱] توجه شود که در نسخه چاپی که در اختیار شما قرار دارد ممکن است نمودار کمی کوچکتر یا بزرگتر چاپ شده باشد. لذا شما مقادیر متفاوتی برای زاویه یا مقیاس محورهای افقی و عمودی بدست می‌آورید. اما نتیجه نهایی (مقدار چگالی) باید یکسان بدست آید.

$$\text{چگالی فلز} = \text{شیب خط} = \frac{n_y}{n_x}\tan(53^\circ) = \frac{8.8235}{4.3859}\tan(53^\circ) = 2.6697 = 2.7\ \frac{gr}{cm^3}$$

پاسخ سوم: با توجه به تعریف چگالی $m = \rho V$، نمودار جرم بر حسب حجم برای یک ماده مشخص خط راستی است که از مبدأ می‌گذرد. لذا می‌توان از روابط روش "کمترین مربعات" و بدون رسم نمودار، رابطه(۲۸)، استفاده کرد. از مقادیر عددی جدول(م۱۱-۱) که در صورت سؤال داده شده است، استفاده می‌کنیم:

$$a = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i y_i}{\sum_{i=1}^{n} x_i^{\,2}} \quad \Rightarrow \quad \rho = \frac{\sum_{i=1}^{6} V_i m_i}{\sum_{i=1}^{6} V_i^2} = \frac{\sum_{i=1}^{6} a_i^{\,3} m_i}{\sum_{i=1}^{6} a_i^{\,6}} = \frac{6594.3487}{2420.1723} = 2.7247 = 2.72\ \ gr\,cm^{-3}$$

در این محاسبه از مقادیر عددی حجم که در بند 'پاسخ اول'در جدول(م۱۱-۲) آمده است، استفاده نکردیم. زیرا آن مقادیر گِرد شده‌اند.

از آنجایی که در روشِ محاسباتی کمترین مربعات نموداری رسم نمی‌شود شاید در مورد اینکه آیا این داده‌ها خطی که از مبدأ مختصات بگذرد را نشان می‌دهند یا نه، تردید داشته باشیم. به عنوان یک آزمون، می‌توان شیب خط مورد نظر و نیز عرض از مبدأ آن را با استفاده از یکی از دسته روابط(۲۵) بدست آورد. لذا از رابطه(۲۵-ب) برای شیب خط (چگالی فلز) داریم:

$$a = \frac{N\sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{N\sum x_i^{\,2} - \sum x_i \sum x_i} \quad \Rightarrow \quad \rho = \frac{5\times\sum a_i^{\,3} m_i - \sum a_i^{\,3}\sum m_i}{5\times\sum a_i^{\,6} - \sum a_i^{\,3}\sum a_i^{\,3}}$$

و برای عرض از مبدأ نیز داریم:

$$b = \bar{y} - a\bar{x} \quad \Rightarrow \quad b = \overline{m} - \rho\overline{V}$$

در این‌جا محاسبه ρ و b را به خواننده واگذار می‌کنیم.

پاسخ چهارم: با توجه به تعریف چگالی داریم:

$$m = \rho V \ : \ V = a^3 \ \Rightarrow \ m = \rho a^3 \ \Rightarrow \ \log(m) = 3\log(a) + \log(\rho)$$

لذا نمودار لگاریتم جرم بر حسب لگاریتم بُعد مکعب‌ها یک خط راست است که شیب آن مقدار ثابتِ ۳ و عرض از مبدأ آن لگاریتم چگالی است. لذا نقطه‌داده‌های (a, m) در یک برگه ترسیم تمام‌لگاریتمی این خط راست را نشان خواهد داد. با توجه به بازه تغییراتِ جرم و بُعد، دوره‌های محورهای عمودی و افقی مختصات را، به ترتیب، برای جرم (متغیر وابسته) و حجم (متغیر مستقل) بر حسب توان‌هایی از ۱۰ درجه‌بندی می‌کنیم. از آن‌جایی‌که عرض از مبدأ خط برای ما مهم است در این درجه‌بندی باید محور مرجع عمودی در برگه ترسیم دیده شود. محور مرجع (مختصات) عمودی از نقطه 10^0 بر محور افقی می‌گذرد و برای تمام نقاط آن $\log(a) = 0$ است)، شکل(م۱۱-۲) را ببینید.

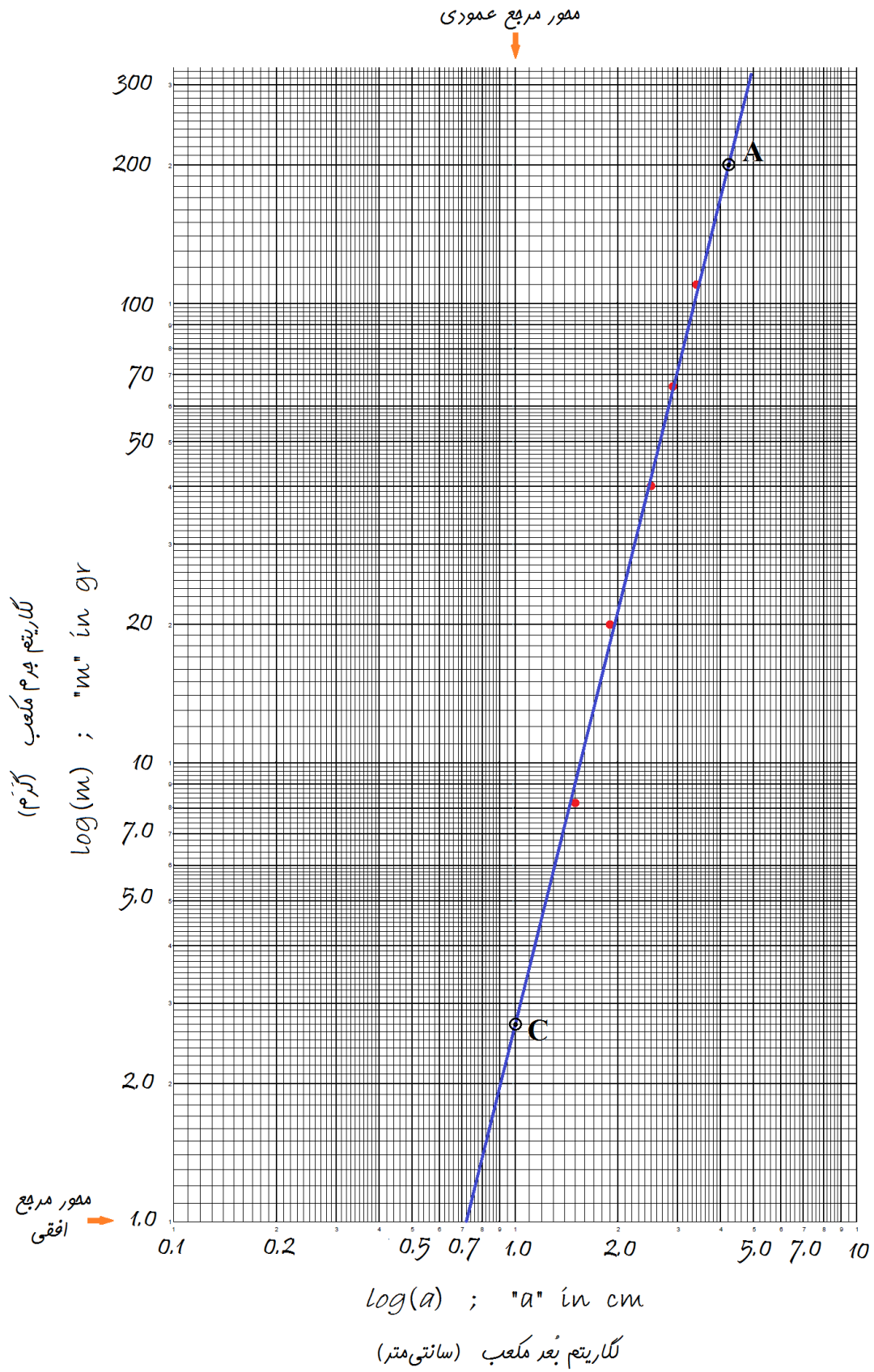
حال بهترین خط راستی را که این نقاط معرف آن هستند با یک خط‌کش و با دقت و حوصله کافی رسم می‌کنیم. محل تلاقی این خط با محور عمودی را نقطه C می‌نامیم: $C(\log(1)، \log(2.7))$. بنابراین

$$\log(\rho) = \log(2.7) \quad \Rightarrow \quad \rho = 2.7\ \ gr/cm^3$$

حال به عنوان یک آزمون، شیب خط برازش داده شده را بدست می‌آوریم. برای این کار نقطه دلخواه دیگری بر روی خط انتخاب می‌کنیم: $A(\log(4.2)، \log(200))$. شیب خط از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$\text{شیب خط} = \left|\frac{\log(y_A) - \log(y_C)}{\log(x_A) - \log(x_C)}\right| = \left|\frac{\log(200) - \log(2.7)}{\log(4.2) - \log(1.0)}\right| = \frac{1.8697}{0.62325} = 2.9999 = 3.0$$

و این همان مقداری است که انتظار داشتیم.



شکل(م۱۱-۲). نمودار لگاریتم جرم مکعب‌ها بر حسب لگاریتم بُعد آن‌ها.

برای یافتن شیب خط در برگه ترسیم تمام‌لگاریتمی، به جای یافتن دو نقطه دلخواه A و C، می‌توان با نقاله زاویه خط راست رسم شده را با محور مختصات افقی اندازه گرفت. این زاویه برابرِ ۷۶ درجه بدست می‌آید. اما همان طور که در بخش (۲-۳) اشاره شد، شیب خط برابر با تانژانت این زاویه نیست بلکه شیب خط از رابطه زیر محاسبه می‌شود.

$$\text{شیب خط} = \frac{L_x}{L_y}\tan(76^\circ) = \frac{5.5}{7.3}\tan(76^\circ) = 3.0218 = 3.0$$

در این رابطه L_x و L_y، به ترتیب، طول یک دوره از محور افقی و عمودی است که با یک خط‌کش اندازه‌گیری می‌شود. برای این نمودار L_x و L_y، به ترتیب، ۵٫۵ و ۷٫۳ سانتی‌متر بدست می‌آیند (پاورقی صفحه ۲۴ را ببینید).

مراجع

[1] Knoll, Glenn F., *Radiation Detection and Measurment*, 3rd ed., John Wiley & Sons, 2000, New York, chapter 3.

[۲] کرکاپ، لِس، *روش‌های آزمایشگاهی: مقدمه‌ای بر پردازش و ارائه داده‌ها*، فاطمی امام‌غیث، حسن (مترجم)، انتشارات دانشگاه شهید باهنر کرمان، ۱۳۸۰.

[3] Thompson, W.J., Mc donald, J.R., 1992, *American Journal of Physics*, 60, 66-73.

چند مرجع برای مطالعات تکمیلی:

[4] Meyer, S.L., *Data Analysis for Scientists and Engineers*, John Wiley & Sons, Inc., 1975, New York.

[5] Teylor, J.R., *An Introduction to Error Analysis*, Oxford University Press, 1997, Californaia.

[6] Coleman, H.W., Steele, W.G., *Experimentation, Validation and Uncertainty Analysis for Engineers*, John Wiley & Sons, Inc., 2009, Hoboken, New Jersey.

تمرین

۱) طول میله‌ای ۲۱ سانتی‌متر اندازه‌گیری شده است. الف) اگر این عدد دارای دو رقمِ بامعنی باشد طول میله را بر حسب متر، سانتی‌متر و میلی‌متر بیان کنید. ب) اگر این عدد دارای سه رقم بامعنی باشد پاسخ چگونه است؟

۲) طول و عرض یک میزکار به ترتیب ۱۶۸۲ و ۱۰۹۷ میلی‌متر اندازه‌گیری شده است. این دو مقدار را بر حسب متر و با دقتِ **الف)** میلی‌متر، **ب)** سانتی‌متر و **ج)** دسی‌متر گزارش کنید.

۳) حاصل عبارت‌های زیر را با توجه به قواعد مربوط به ارقام بامعنی در محاسبات، به‌دست آورید.

$$a = 1.03 + 0.235 - 0.0203 - 5.0023$$

$$b = 1.2\times10^2 + 2.35\times10^2 + 0.314\times10^3 + 93$$

$$c = 1.2\times10^2 + 235 - 0.314\times10^3 - 93$$

$$d = 0.84 - \sqrt{2.2} + 1.33^2$$

$$e = 3.852^2 - \sqrt{12.3} - 4.37$$

$$f = \frac{7.11}{2.310\times0.060} \quad , \quad g = \frac{1.777\times0.050}{0.153} \quad , \quad h = \frac{3.08\times75.1}{85.7}$$

$$m = \frac{3.303\times0.040}{2.03} \quad , \quad n = \frac{6.16\times37.5}{42.8}$$

۴) کمیت فیزیکی D به سه کمیت فیزیکی A، B و C به صورت $D = kA^mB^nC^r$ بستگی دارد (k یک ثابت است).

الف) نشان دهید e_D، خطای اندازه‌گیری D، بر حسب خطای اندازه‌گیری سه کمیت دیگر، به ترتیب، e_A، e_B و e_C به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$e_D = D\sqrt{m^2(\frac{e_A}{A})^2 + n^2(\frac{e_B}{B})^2 + r^2(\frac{e_C}{C})^2}$$

ب) جرم و حجم جسمی اندازه‌گیری و مقادیر اندازه‌گیری، به ترتیب، به صورت

۲۳٫۲±۰٫۱ gr و ۱۴٫۰۵±۰٫۰۵ cm^3

گزارش شده است. چگالی جسم را با خطای آن گزارش کنید.

ج) فرض کنید مقادیر اندازه‌گیری شده‌یِ اضلاع مستطیلی به صورتِ ۲۰٫۰۰±۰٫۰۵ cm و ۱۰٫۰۰±۰٫۰۲ cm گزارش شده باشد. مساحتِ مستطیل و خطای آن چقدر است؟

د) با توجه به نتیجه بند (الف)، خطای مقادیر عددی f، g و n را که در تمرین سوم محاسبه کردید بدست آورید. خطای اندازه‌گیری هر مقدار عددی را برابر با دقت اعشاری‌اَش بگیرید: مثلاً خطای ۳۷٫۵ را ۰٫۱ فرض کنید.

۵) **الف)** کمیتِ فیزیکی f به N کمیتِ فیزیکی x_i که در آن $i = 1,2,...,N$ به صورت $f = \sum a_i x_i$ بستگی دارد. a_iها ضرایبی ثابت و دقیق هستند. نشان دهید خطای کمیت مرکبِ f که آن را با e_f نشان می‌دهیم از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$e_f = \sqrt{\sum_{i=1}^{N} a_i^2 e_i^2}$$

که در آن e_i خطای اندازه‌گیری کمیت x_i است.

ب) با توجه به نتیجه بند (الف)، خطای مقادیر عددی a و b را که در تمرین سوم محاسبه کردید بدست آورید. خطای اندازه‌گیری هر مقدار عددی را برابر با دقت اعشاری‌اَش بگیرید: مثلاً خطای ۱٫۰۳ را ۰٫۰۱ فرض کنید.

ج) نشان دهید اگر کمیتِ x را N مرتبه با خطای e اندازه‌گیری کنیم خطای معیارِ مقدارِ میانگینِ x برابر است با $e/\sqrt{N}$. به عبارت دیگر رابطه(۱۶) را اثبات کنید.

۶) باریکه نوری از محیطی که خلأ نسبتاً خوبی است وارد محیط شفاف دیگری می‌شود. با اندازه‌گیری زاویه تابش، i، و شکست، r، می‌توان ضریب شکست محیط شفاف را از رابطه $n=\frac{\sin(i)}{\sin(r)}$ بدست آورد. اگر زاویه تابش و شکست، به ترتیب، با خطای e_i و e_r اندازه‌گیری شده باشند رابطه‌ای برای محاسبه خطای اندازه‌گیری ضریب شکست بدست آورید.

۷) با استفاده از آونگِ کاتِر، شتابِ جاذبه‌ی گرانشِ زمین (g) با رابطه‌ی زیر داده می‌شود:

$$g=\frac{4\pi^2(h_1+h_2)}{T^2}$$

طولِ h_1+h_2 برابرِ ۱٫۰۴۲۳۰±۰٫۰۰۰۰۵ متر و زمانِ T برابرِ ۲٫۰۴۸۰±۰٫۰۰۰۵ ثانیه اندازه‌گیری شده است. **الف)** مقدار g و خطایِ معیار و درصدِ خطای نسبی آن را محاسبه کنید. **ب)** اگر h_1+h_2 به صورت ۱٫۰۴۲۰±۰٫۰۰۰۵ متر اندازه‌گیری شده باشد چه دقتی باید رویِ اندازه‌گیریِ T اعمال شود تا خطای نسبی در g کمتر از یک در هزار باشد؟

۸) با ۱۰ بار تکرار اندازه‌گیری، زمان‌های زیر توسط یک دانشجو که یک آونگ و یک زمان‌سنج معین (با دقت ۰٫۱ ثانیه) را به کار برده است، به دست آمده‌اند: **الف)** ۳۶٫۶، ۳۷٫۰، ۳۶٫۹، ۳۶٫۷، ۳۶٫۸، ۳۶٫۲، ۳۶٫۶، ۳۶٫۵، ۳۶٫۷ و ۳۶٫۸ ثانیه برای ۲۰ نوسان، **ب)** ۷۳٫۳، ۷۳٫۵، ۷۳٫۴، ۷۳٫۴، ۷۳٫۵، ۷۳٫۱، ۷۳٫۴، ۷۳٫۶، ۷۳٫۳ و ۷۳٫۴ ثانیه برای ۴۰ نوسان. در هر مورد میانگین زمان تناوب را با خطای آن گزارش کنید.

۹) متحرکی بر سطح افق در حال حرکت است به طوری که سرعت آن بر اثر نیروی اصطکاک کاهش می‌یابد. سرعت متحرک در زمان‌های مختلف، مطابق با جدول(ت۱)، اندازه‌گیری شده است. اندازه‌گیری سرعت در $t=0$ (لحظه‌ای که زمان‌سنج شروع به کار می‌کند) در جدول ثبت نشده است. شتابِ حرکتِ متحرک و نیز سرعت آن در $t=0$ را با **الف)** روابط مربوط به روش کمترین مربعات و **ب)** رسم نمودار سرعت بر حسب زمان در یک برگه میلی‌متری مناسب بدست آورید.

جدول(ت۱). سرعت متحرک بر حسب زمان.

$t\ \ (s)$	۱٫۰	۱٫۵	۲٫۲	۳٫۱	۳٫۸
$v\ \ (cm\,s^{-1})$	۸۷	۷۱	۵۷	۲۸	۱۲

۱۰) می‌خواهیم مقاومت ویژه‌ی (ρ) یک رسانا را اندازه‌گیری کنیم. می‌دانیم که مقاومت الکتریکی (R) یک مفتول به طول L و مساحتِ سطح مقطعِ A از رابطه‌ی $R=\rho\frac{L}{A}$ به دست می‌آید. در دستگاه یکاهای SI، واحد مقاومت‌ویژه $\Omega.m$ است. از آن رسانا مفتول‌هایی به قطر ۰٫۵۰±۰٫۰۱ میلی‌متر و طول‌های ۰٫۱۰۰ و ۰٫۱۳۰ و ۰٫۱۷۰ و ۰٫۲۱۵ و ۰٫۲۵۰ سانتی‌متر (با دقت میلی‌متر) تهیه می‌کنیم. اعداد با تعدادِ ارقام با معنی‌شان مشخص شده‌اند. مقاومتِ الکتریکی این سیم‌ها به ترتیب، ۰٫۱۴ ، ۰٫۲۰ ، ۰٫۲۳ ، ۰٫۳۲ و ۰٫۳۵ اُهم (با دقتِ ۰٫۰۱ اُهم) اندازه‌گیری شده است.

الف) جدولی تهیه کنید و در آن مقاومت ویژه‌ی رسانا را برای هر اندازه‌گیری به طور جداگانه محاسبه کنید و با خطای برآورد شده‌شان گزارش کنید. میانگینِ مقاومت‌های ویژه را به‌دست آورید و خطای آن را برآورد کنید.

ب) با رسمِ نمودارِ مقاومت الکتریکی بر حسب طول در یک برگه ترسیم میلی‌متری، مقاومت ویژه‌ی رسانا را به‌دست آورید.

ج) مقدار میانگینِ مقاومت ویژه‌ی رسانا، به‌دست آمده در بند (الف)، را با مقداری که از روی نمودار به‌دست آورده‌اید مقایسه کنید و درصدِ اختلاف نسبی آن‌ها را محاسبه کنید.

د) شیب خط رسم شده در بند (ب) را با روش کمترین مربعات، رابطه(۲۸)، محاسبه کنید و با استفاده از آن مقاومت‌ویژه رسانا را بدست آورید. آن را با مقداری که از روی نمودار در بند (ب) به‌دست آورده‌اید مقایسه و درصدِ اختلاف نسبی آن‌ها را محاسبه کنید.

۱۱) در یک آزمایشِ حرکت شتاب ثابت بدون سرعت اولیه، زمان حرکت ارابه (متحرک) را برای جابه‌جایی‌های مختلف اندازه‌گیری کرده‌ایم. نتایج در جدول(ت۲) آمده است. جابه‌جایی‌ها با دقت میلی‌متر اندازه‌گیری شده‌اند. با رسم نموداری مناسب در یک برگه تمام لگاریتمی، شتاب حرکت را بدست آورید. ابتدا ثابتهای معادله خط رسم شده را معرفی کنید. از رابطه $\Delta x = \frac{1}{2} a t^2$ استفاده کنید.

جدول(ت۲). جابجایی ارابه بر حسب زمان.

جابه‌جایی: $\Delta x \quad (cm)$	۵٫۰	۱۱٫۰	۲۰٫۰	۴۰٫۰	۵۶٫۰
زمان حرکت: $t \quad (s)$	۰٫۴۲	۰٫۶۴	۰٫۸۶	۱٫۲۲	۱٫۴۲

۱۲) مکعبی چوبی را بر روی سطح شیبداری با زاویه شیب ثابت از حال سکون رها می‌کنیم تا سُر خورده پایین بیاید. مکان مکعب بر سطح شیبدار را بر حسب زمان در جدول(ت۳) ثبت کرده‌ایم. مکان اولیه مکعب را مبدأ اندازه‌گیری (مختصات) در نظر می‌گیریم. با رسم نموداری مناسب در یک برگه تمام لگاریتمی شتاب حرکت مکعب را بدست آورید.

جدول(ت۳). مکان مکعب چوبی بر سطح شیبدار بر حسب زمان.

$t \quad (s)$	۰٫۲۰۹	۰٫۲۸۱	۰٫۳۹۸	۰٫۴۶۸	۰٫۵۷۱	۰٫۸۴۰	۱٫۰۸
$x \quad (cm)$	۱۰٫۵	۱۸٫۹	۳۸٫۰	۵۲٫۶	۷۸٫۲	۱۶۹٫۳	۲۸۳٫۰

۱۳) خازنی را با یک باتری و یک مقاومت کربنی به طور متوالی در مدار قرار می‌دهیم (مدار RC). مقدار مقاومت برابر $R = 590 \pm 30 \ k\Omega$ است. جریان مدار در طولِ پُر شدن (باردار شدنِ) خازن، از یک مقدار بیشینه تا صفر به صورت $I = \frac{\varepsilon}{R} e^{-t/RC}$ با زمان کاهش می‌یابد. در این رابطه C ظرفیت خازن و ε نیرومحرکه‌ی باتری است. در یک آزمایشِ پُر شدنِ خازن، جریانِ مدار در زمان‌های مختلف اندازه‌گیری شده است. این نتایج در جدول(ت۴) آمده است. با رسم نموداری مناسب در یک برگه نیمه‌لگاریتمی ظرفیت خازن و نیرومحرکه‌ی باتری را به‌دست آورید. ابتدا ثابتهای معادله خط رسم شده را معرفی کنید.

جدول(ت۴). جریانِ مدار RC بر حسب زمان.

زمان (ثانیه)	۱۰	۲۰	۳۰	۴۰	۶۰	۱۱۰	۱۴۰
جریان (میکروآمپر)	۱۵٫۹	۱۵٫۰	۱۴٫۰	۱۳٫۰	۱۱٫۱	۷٫۴	۶٫۶

آزمایش شماره‌ی یک

آشنایی با ابزارهای اندازه‌گیری و مطالعه‌ی قانون اهم

فیزیک علم اندازه‌گیری یا به عبارتی علم تجربه‌های کمی است. ابزارهای اندازه‌گیری بسیاری با دقت‌های مختلف به منظور رفع نیازهای آزمایشگاه‌های فیزیک ساخته شده‌اند و همواره در حال توسعه می‌باشند.

ابزار و وسایل مورد نیاز: چند مقاومت کربنی با حلقه‌های رنگی، اُهم‌سنج، ولت‌سنج و آمپرسنج عقربه‌ای و رقمی (یا مولتی‌متر)، رئوستا (مقاومت متغیر)، منبع تغذیه‌ی DC (باتری) و AC (جریان متناوب)، گالوانومتر، تعدادی سیم رابط و برگه میلی‌متری.

آشنا شویم

الف) مقاومت کربنی و رئوستا

۱) رئوستا یک مقاومت متغیر است و مقدار مقاومت آن به طور دستی با حرکت دادن یک لغزاننده بین صفر و یک مقدار بیشینه قابل تغییر است.

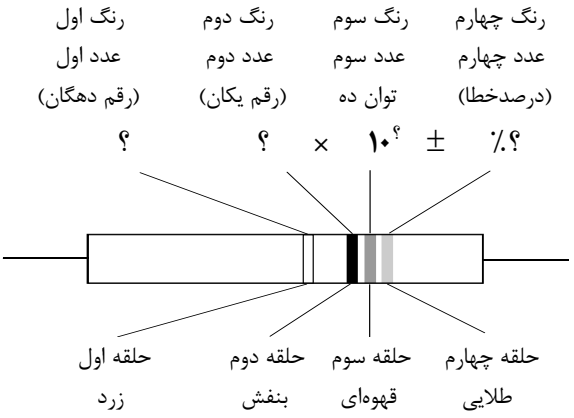
۲) تعیین مقدار مقاومت الکتریکی یک مقاومت کربنی با استفاده از حلقه‌های رنگی: مقاومت‌های کربنی‌ای که در مدارهای الکترونیکی مورد استفاده قرار می‌گیرند دارای تعدادی حلقه‌ی رنگی هستند. این حلقه‌های رنگی برای خواندنِ (تعیینِ) مقدار مقاومت الکتریکی و خطا (عدم قطعیت) در مقدار آن طراحی شده‌اند، جدول(۱). واحد اندازه‌گیری مقاومت الکتریکی، اُهم است و با Ω جلوی مقدارِ عددی آن، بیان می‌شود. نحوه‌ی خواندن مقدار مقاومت و خطای یک مقاومت کربنی که دارای چهار حلقه رنگی است در زیرِ جدول(۱) آمده است. مقاومت‌های کربنی‌ای با پنج یا شش حلقه رنگی نیز وجود دارد که ما در این آزمایشگاه از آنها استفاده نمی‌کنیم.

جدول(۱). اعداد منسوب به حلقه‌های رنگی یک مقاومت کربنی.

رنگ	سیاه	قهوه‌ای	قرمز	نارنجی	زرد	سبز	آبی	بنفش	خاکستری	سفید	طلایی	**نقره‌ای**
عدد	۰	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	---	---
خطا	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	٪۵	٪۱۰

مثال: مقدار مقاومت الکتریکی نمونه‌ی زیر را به همراه خطای آن گزارش کنید.

مقاومت کربنی را طوری در دست می‌گیریم که حلقه‌ی رنگی خطا (طلایی یا نقره‌ای) سمت راست قرار گیرد و به صورت زیر عمل می‌کنیم.



$$R = 47 \times 10^{1} \pm 5\% \quad R = 470 \pm 24\ \Omega \quad \Leftarrow$$

ب) ابزارهای اندازه‌گیری

۱) انواع ابزارهای اندازه‌گیری الکتریکی: عقربه‌ای و رقمی.
۲) معرفی چند ابزار اندازه‌گیری و کاربردهای آنها: آمپرسنج، ولت‌سنج، اُهم‌سنج، مولتی‌متر و گالوانومتر.
۳) مشخصه‌های فنی ابزاهای اندازه‌گیری: بُرد و بازه‌ی درجه‌بندی، دقت، مقاومت داخلی و نوع کاربری DC یا AC.
۴) خطای نقطه‌ی صفر.
۵) روشِ خواندنِ کمیّت‌های فیزیکی با ابزارهای عقربه‌ای.

در اکثر ابزارهای اندازه‌گیری «بُرد و بازه‌ی درجه‌بندی» قابل تغییر و تنظیم است. برای حفاظت از ابزارِ اندازه‌گیری ابتدا بزرگترین «بُرد و بازه‌ی درجه‌بندی» را انتخاب می‌کنیم. سپس به تدریج آن را کوچکتر کرده تا میزان انحراف عقربه‌ی ابزار، قابل مشاهده و خواندن شود. پس از آن که عقربه در حالت انحراف، به تعادل رسید برای خواندنِ مقدارِ کمیت اندازه‌گیری شده از رابطه‌ی زیر استفاده می‌کنیم که در آن A عددی که عقربه نشان می‌دهد، M بزرگترین مقدار درجه‌بندی روی صفحه مدرج و B عدد برد و بازه‌ی درجه‌بندی است:

$$\text{مقدار کمیت اندازه‌گیری شده} = A \times \frac{B}{M} \qquad (۱)$$

ج) کار با اُهم‌سنج

دو مقاومت کربنی با حلقه‌های رنگی انتخاب کنید. مقدار مقاومت الکتریکی و عدم قطعیت (خطای) آنها را با استفاده از جدول(۱) تعیین در جدول(۲) وارد کنید. با استفاده از یک اُهم‌سنج (رقمی یا عقربه‌ای) مقدارِ مقاومتِ الکتریکی هر مقاومت کربنی را اندازه‌گیری کرده جدول(۳-الف) یا جدول(۳-ب) را کامل کنید.

توجه: اگر از ابزار اندازه‌گیری رقمی استفاده می‌کنید نیازی نیست تمامِ اعشاری که ابزار برای مقدار اندازه‌گیری شده نشان می‌دهد ثبت کنید. عددِ خوانده شده را به درستی گرد کنید. مثلاً اگر عدد **۵۲٫۲۳** اُهم را می‌خواند و ممکن است رقمِ صدم نیز ثابت نباشد، می‌توانید عدد را **۵۲٫۲** اُهم ثبت کنید. در این صورت دقتِ آن را **۰٫۱** اُهم در نظر بگیرید. در کار با ولت‌سنج و آمپرسنج رقمی نیز به همین صورت عمل کنید.

توجه: خواسته‌ها در بعضی از موارد با یک **دایره سیاه** مشخص شده‌اند. تمام آنها را در گزارش‌کار خود پاسخ دهید.

- مقدار مقاومتی را که از روی رنگ‌ها می‌خوانید مقدار واقعی در نظر بگیرید و با مقدار اندازه‌گیری شده با اُهم‌سنج مقایسه کنید. درصد خطای نسبی را محاسبه کنید؟

جدول(۲). اندازه‌گیری مقاومت کربنی از روی رنگ‌ها.

--	رنگ اول	عدد رنگ اول	رنگ دوم	عدد رنگ دوم	رنگ سوم	عدد رنگ سوم	رنگ چهارم	عدد رنگ چهارم	مقدار مقاومت الکتریکی، (Ω)	عدم قطعیت (خطا) (Ω)
۱										
۲										

جدول(۳-الف). اندازه‌گیری مقاومت کربنی با استفاده از یک اُهم‌سنج رقمی.

--	بُرد و بازه‌ی درجه‌بندی	عددی که اُهم‌سنج نشان می‌دهد، (Ω)	دقت (Ω)
۱			
۲			

جدول(۳-ب). اندازه‌گیری مقاومت کربنی با استفاده از یک اُهم‌سنج عقربه‌ای.

دقت (Ω)	مقدارِ مقاومت الکتریکی (Ω)	بزرگترین عدد روی صفحه مدرج	عددی که اُهم‌سنج نشان می‌دهد	بُرد و بازه درجه‌بندی	--
					۱
					۲

د) کار با آمپرسنج و ولت‌سنج و مطالعه‌ی قانون اهم در جریان مستقیم (DC)

تعریف: مقاومت‌های اهمی مقاومت‌هایی هستند که نسبت اختلاف پتانسیل دو سر آن‌ها، V، به جریان عبوری از آن‌ها، I، همواره ثابت باشد. یعنی این نسبت، V/I، به اختلاف پتانسیل اعمال شده به دو سر مقاومت بستگی نداشته باشد. این نسبت را که با R نشان می‌دهند مقدار مقاومت اهمی یا به طور ساده‌تر «مقاومت» می‌نامند:

$$R=V/I \qquad (۲)$$

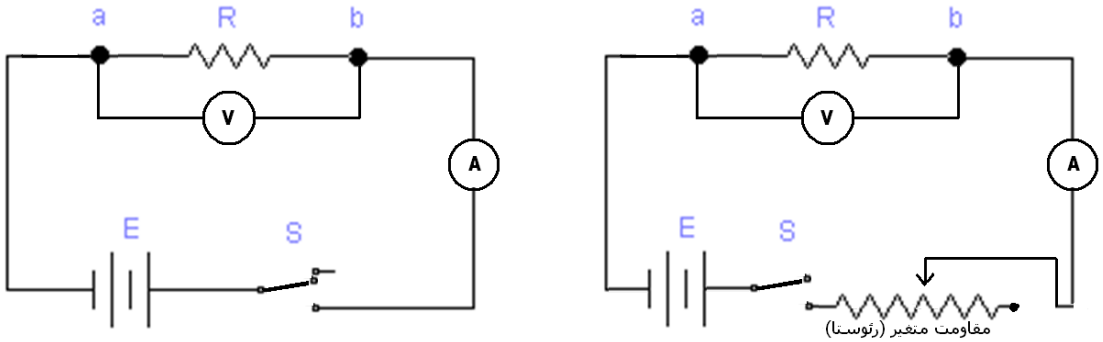
مقاومت‌های کربنی که در آزمایشگاه استفاده می‌کنیم مقاومت‌های اُهمی هستند. در این مرحله از آزمایش می‌خواهیم با تغییر اختلاف پتانسیل دو سر یک مقاومت اهمی و اندازه‌گیری جریان عبوری از آن مقدار مقاومت را تعیین کنیم.

مراحل انجام آزمایش

توجه: بسته به اینکه چه نوع منبع تغذیه DC در اختیار دارید اگر یکی از دو روش زیر را ـ با نظر مدرس آزمایشگاه ـ انجام دهید کافیست.

روش اول: مدار ساده‌ای شامل یک منبع تغذیه‌ی DC و یک مقاومت کربنی (R)، مطابق شکل(۱-چپ) ببندید. با تغییر نیرومحرکه‌ی منبع تغذیه، ε، اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت، V، و لذا جریان عبوری، I، از آن تغییر می‌کند. با انتخاب حداقل چهار مقدارِ متفاوت برای نیرومحرکه‌ی منبع تغذیه و با استفاده از ولت‌سنج و آمپرسنج، به ترتیب، V و I را اندازه گرفته ردیفهای مربوط در جدول(۴) را کامل کنید.

روش دوم: مدار ساده‌ای شامل یک منبع تغذیه‌ی DC، یک مقاومت کربنی و یک رئوستا مطابق شکل(۱-راست) ببندید. نیرومحرکه‌ی منبع تغذیه، ε، ثابت نگه داشته شود. با تغییر مقدرا مقاومت رئوستا (با جابجا کردنِ لغزاننده)، اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت، V، و لذا جریان عبوری از آن، I ، تغییر می‌کند. با انتخاب حداقل چهار مقدارِ متفاوت برای مقاومت رئوستا (با جابجا کردنِ لغزاننده) و با استفاده از ولت‌سنج و آمپرسنج، به ترتیب، V و I را اندازه گرفته و جدول(۴) را کامل کنید.



شکل(1). مطالعه قانون اهم، چپ: روشِ اول. راست: روش دوم.

- در هر دو روش، بهتر است ولت‌سنج و آمپرسنج همواره در مدار باشند و تا حد ممکن بُرد و بازه‌ی درجه‌بندی آنها تغییر نکند. علت را در گزارش‌کار خود بنویسید.

خواسته‌ها

الف) در جدول(۴) محاسبه‌ی خطای R نیز خواسته شده است، جدول را کامل کنید. با توجه به این که می‌توان R را تابعی از V و I در نظر گرفت (R=V/I)، می‌توانید با مراجعه به آن‌چه که در بخشِ (۱-۸) از فصلِ "آشنایی با خطاهای اندازه-گیری، تحلیل داده‌ها و گزارش‌نویسی" در مورد انتشار خطا آمده است، رابطه(۱۸)، مقدار خطای R یعنی e_R را محاسبه کنید. دقت کنید در این‌جا می‌توان خطای I و V را همان دقت ابزار در نظر گرفت.

توجه: در تمام جداول و در تمام آزمایش‌ها برای محاسبه e_R باید از رابطه(۱۸) (انتشار خطا) استفاده شود.

ب) میانگین مقادیر مقاومت‌های اندازه گیری شده در هر روش را به دست آورید. انحراف معیار این مقادیر را محاسبه کنید. حال مقدار میانگین را با خطای آن گزارش کنید. راهنمایی: از روابط (۱۵) و (۱۷) از فصلِ "آشنایی با خطاهای اندازه‌گیری، تحلیل داده‌ها و گزارش‌نویسی" استفاده کنید.

ج) با استفاده از مقادیر اندازه‌گیری شده در دو ستون V و I از جدول(۴) و یک برگه ترسیم میلی‌متری بهترین خط راستی که V را بر حسب I نشان می‌دهد رسم کنید. با کمک این خط (محاسبه شیب آن) مقدار مقاومت اهمی مورد آزمایش را به دست آورید.

د) با استفاده از حلقه‌های رنگی مقاومت کربنی مورد آزمایش، مقدار مقاومت و خطای آن را گزارش کنید. این مقدار را مقدار واقعی مقاومت در نظر بگیرید و با مقادیر تعیین شده در بندهای (ب) و (ج) مقایسه کنید. درصد خطای نسبی مقادیر به دست آمده در این دو بند را محاسبه کنید.

جدول(۴). مطالعه‌ی قانون اهم (ذکر شود از کدام روش استفاده شده است: .....)

مرحله	V (mV)	دقت** V (V)	I (mA)	دقت** I (mA)	$R_{meas}=V/I$* (Ω)	e_R (Ω)	$\Delta R=R_{col}-R_{meas}$* (Ω)
۱							
۲							
۳							
۴							
۵							
۶							
$<R>=.....\Omega$			$\sigma_R=.....\Omega$		$<R>=.....\pm.....\Omega$		

* R_{meas} مقدارِ مقاومتِ اندازه‌گیری شده و R_{col} مقدارِ مقاومتی که از روی رنگ‌ها خوانده‌اید.

** دقتِ اندازه‌گیری هر کمیتِ q را که به ابزار اندازه‌گیری مربوط است، به عنوان خطای اندازه‌گیری آن کمیت، e_q، در محاسباتِ مربوط به انتشار خطا در نظر بگیرید.

آزمایش شماره‌ی دو

مقاومت معادل در ترکیب‌های سِری، موازی و مختلط

در مدارهای الکترونیکی مقاومت ها به صورت های گوناگون (از نظر مقدار، نوع و شکل و مهم تراز همه ترتیب قرار گیری در مدار) مورد استفاده قرار می گیرند. در تحلیل چنین مدارهایی ترکیب مقاومت های مختلف با یک «مقاومت معادل» جایگزین می شود و مقدارش چنان انتخاب می شود که عملکرد مدار تغییری نکند.

در این آزمایش می خواهیم با اندازه گیری یک اختلاف پتانسیل و جریان الکتریکی مناسب «مقاومت معادل» در حالت‌های سری، موازی و مختلط را اندازه‌گیری کنیم و نتیجه را با محاسبات نظری مقایسه کنیم.

ابزار و وسایل مورد نیاز: چند مقاومت با حلقه‌های رنگی، منبع تغذیه‌ی DC، آمپرسنج ، ولت‌سنج و تعدادی سیم رابط .

مراحل انجام آزمایش

۱) با استفاده از حلقه‌های رنگی، مقدار مقاومت اُهمی و خطای (e_R) سه مقاومت‌های کربنی‌ای را که در اختیار دارید، در جدول(۱) یادداشت کنید.

جدول(۱). مقاومت‌های کربنی مورد آزمایش.

	R_1	e_{R1}	R_2	e_{R2}	R_3	e_{R3}
مقادیر مقاومت (Ω)						

توجه: در تمام موارد دقت ابزار اندازه‌گیری را به عنوان خطا در تک اندازه‌گیری جریان و اختلاف پتانسیل(e_I و e_V) در نظر گرفته آن را یادداشت کنید و در محاسبات مربوط به انتشار خطا به کار ببرید.

۲) دو مقاومت را انتخاب کرده در حالت سری در مداری ساده شامل یک منبع تغذیه‌ی DC و یک آمپرسنج مطابق شکل(۱) قرار دهید. برای نیرومحرکه‌ی منبع تغذیه مقدار مناسبی انتخاب کنید و مدار را ببندید. با انتخاب یکی از *روش‌های اول یا دوم مرحله(د) از آزمایش شماره یک* و با اندازه‌گیری جریان مدار و نیز اختلاف پتانسیل کل، V_{ab}، جدول(۲) را با حداقل پنج اندازه‌گیری کامل کنید.

جدول(۲). مقاومت معادل در ترکیب سِری دو مقاومت.

	V	I	$R_{meas}=V/I$	دقتِ V	دقتِ I	e_R	مقاومت معادل R_{col} (Ω)	$\Delta R = R_{col} - R_{meas}$ .....
۱								
۲								
۳								
۴								
۵								
۶								

* به توضیحاتِ زیرِ جدول(۴) آزمایش شماره یک رجوع کنید. واحد اندازه‌گیری کمیت‌ها را یادداشت کنید.

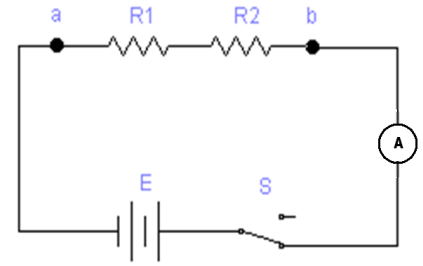
خواسته‌ها

الف) با استفاده از مقادیر اندازه‌گیری شده در دو ستون V و I از جدول(۲) و یک برگه‌ی میلیمتری بهترین خط راستی که V را بر حسب I نشان می‌دهد رسم کنید. با کمک این خط (محاسبه شیب آن) اندازه‌ی مقاومت اُهمی معادل بین نقاط a و b را به دست آورید.

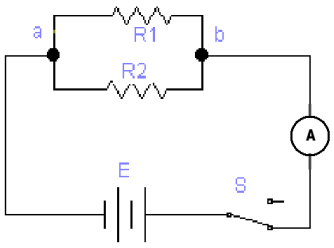
ب) مقدار میانگین مقاومت معادل، ستونِ پنجمِ جدول(۲)، را با خطای آن گزارش کنید. راهنمایی: از روابط (۱۵) و (۱۷) از فصلِ "آشنایی با خطاهای اندازه‌گیری، تحلیل داده‌ها و گزارش‌نویسی" استفاده کنید.

ج) R_{col} مقاومت معادلِ R_1 و R_2 است. مقدار R_{col} را با استفاده از رابطه نظری و نیز عدم قطعیت آن را با استفاده از رابطه(۱۸) از فصلِ "آشنایی با خطاهای اندازه‌گیری، تحلیل داده‌ها و گزارش‌نویسی"، بدست آورید. در این حالت برای R_1 و R_2 از مقادیری که از حلقه‌های رنگی به دست آورده‌اید استفاده کنید.

د) دو نتیجه‌ی اندازه‌گیری بندهای (الف) و (ب) را با آن چه از محاسبه، بند (ج)، به‌دست آورده‌اید (به عنوان مقدار واقعی) مقایسه کرده درصد خطای نسبی اندازه‌گیری‌ها را به‌دست آورید.



شکل(۱). مدار دو مقاومت سری.



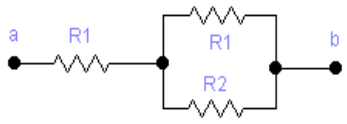
شکل(۲). مدار دو مقاومت موازی.

۳) دو مقاومت کربنی را انتخاب کنید و در حالت موازی در مداری ساده‌ای مطابق شکل(۲) قرار دهید. مطابق با مرحله(۲)، آزمایش را انجام دهید.

- اندازه‌گیری‌ها را در جدول(۳) ثبت کنید. تمام خواسته‌های مرحله(۲) را برای حالت مقاومت‌های موازی به طور کامل پاسخ دهید. در پاسخ به خواسته بند (ج) نشان دهید که برای حالت موازی داریم:

$$R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \quad \text{که در آن} \quad e_R = R\sqrt{(\frac{e_{R1}}{R_1})^2(\frac{R}{R_1})^2 + (\frac{e_{R2}}{R_2})^2(\frac{R}{R_2})^2}.$$

۴) **اختیاری: با توجه به نظر مدرس آزمایشگاه.** سه مقاومت کربنی انتخاب کنید. ترکیب مقاومتی شکل(۳) را که یک ترکیب مختلط خوانده می‌شود در مدار ساده‌ای مطابق با شکل(۲) بین نقاط a و b قرار دهید. اندازه‌گیری‌ها را در جدول(۴) ثبت کنید.



شکل(۳). سه مقاومت با ترکیب مختلط.

مشابه مراحل قبل با اندازه‌گیری جریان شاخه‌ی اصلی مدار و اختلاف پتانسیل نقاط a و b اندازه‌ی مقاومت اُهمی معادل بین نقاط a و b را به دست آورید و تمام خواسته‌های مرحله(۲) را به طور کامل پاسخ دهید.

۵) **اختیاری: با توجه به نظر مدرس آزمایشگاه.** مرحله(۲) را با سه مقاومت سری تکرار کنید و خواسته‌های بندهای (ب) تا (د) آن مرحله را به دقت پاسخ دهید. اندازه‌گیری‌ها را در جدول(۵) ثبت کنید.

۶) **اختیاری: با توجه به نظر مدرس آزمایشگاه.** مرحله(۳) را با سه مقاومت موازی تکرارکنید و خواسته‌های بندهای (ب) تا (د) مرحله(۲) را به طور کامل پاسخ دهید. اندازه‌گیری‌ها را در جدول(۶) ثبت کنید.

جدول(۳). مقاومت معادل در ترکیب موازی دو مقاومت.

	V	I	$R_{meas}=V/I$	دقتِ V	دقتِ I	e_R	مقاومت معادل R_{col} (Ω)	$\Delta R = R_{col} - R_{meas}$ .....
۱								
۲								
۳								
۴								
۵								

* به توضیحاتِ زیرِ جدول(۴) آزمایش شماره یک رجوع کنید. واحد اندازه‌گیری کمیت‌ها را یادداشت کنید.

جدول(۴). مقاومت معادل در ترکیب مختلط.

	V	I	$R_{meas}=V/I$	دقتِ V	دقتِ I	e_R	مقاومت معادل R_{col} (Ω)	$\Delta R = R_{col} - R_{meas}$ .....
۱								
۲								
۳								
۴								
۵								

جدول(۵). مقاومت معادل در ترکیب سری سه مقاومت.

	V	I	$R_{meas}=V/I$	دقتِ V	دقتِ I	e_R	مقاومت معادل R_{col} (Ω)	$\Delta R = R_{col} - R_{meas}$ .....
۱								
۲								
۳								
۴								

جدول(۶). مقاومت معادل در ترکیب موازی سه مقاومت.

	V	I	$R_{meas}=V/I$	دقتِ V	دقتِ I	e_R	مقاومت معادل R_{col} (Ω)	$\Delta R = R_{col} - R_{meas}$ .....
۱								
۲								
۳								
۴								

آزمایش شماره‌ی سه

مطالعه‌ی وابستگی مقاومت اهمی یک رسانای مفتولی به طول و سطح مقطع آن

اگر به دو سرِ یک رسانای الکتریکی به شکل مفتول (سیم) یک اختلاف پتانسیل الکتریکی اعمال شود در تمام نقاط این رسانا یک میدان الکتریکی یکنواخت ایجاد می‌شود. این میدان الکتریکی به الکترون‌های آزاد رسانا شتاب می‌دهد. الکترون-های شتاب گرفته به هسته‌های یونی رسانا برخورد کرده این عامل سببِ کُند شدنِ سرعت الکترون‌ها می‌شود. این دو اثر، در نگاه بزرگ مقیاس، الکترون‌ها را با یک سرعت میانگین ثابتی به نام سرعتِ سوق حرکت می‌دهند. حرکت الکترون‌ها در طول مفتول (سیم) به صورت یک جریان الکتریکی ظاهر می‌شود. برای یک اختلاف پتانسیل الکتریکی ثابت هر چه این جریان بیشتر باشد به نظر می‌رسد مقاومت الکتریکی رسانا (ناشی از برخورد الکترون‌ها به هسته‌های یونی) کمتر باشد. مقاومت الکتریکی به صورت $R=V/I$ تعریف می‌شود که در آن V اختلاف پتانسیل اعمال شده به رسانا و I جریان الکتریکی تولید شده در آن است. می‌توان نشان داد که R با طول مفتول، L، متناسب و با مساحت سطح مقطع آن، A، نسبتِ عکس دارد. بنابراین می‌توان نوشت: $R = \rho \frac{L}{A}$. در این رابطه ρ ضریب تناسب است که فقط به جنس رسانا بستگی دارد و به آن «مقاومت ویژه» می‌گویند. در دستگاه یکاهای SI، واحدِ R، اُهم (Ω) و واحدِ ρ، اُهم‌متر ($\Omega \cdot m$) است. واحدهای معادل دیگری نیز برای بیان مقاومت ویژه بکار می‌رود که ممکن است در بسیاری از موارد برای یک ضرب و تقسیم سرانگشتی کاربردی‌تر باشند. به عنوان نمونه جدول(۱) مقاومت ویژه‌ی چند رسانا را بر حسب $\frac{\Omega \cdot mm^2}{m}$ نشان می‌دهد.

جدول(۱). مقاومت ویژه‌ی چند رسانا.

نام رسانا	نام اختصاری	مقاومت ویژه ($\frac{\Omega \cdot mm^2}{m}$)
نقره	Ag	۰٫۰۱۶
مس	Cu	۰٫۰۱۷
آلومینیوم	Al	۰٫۰۲۸
تنگستن	W	۰٫۰۵۳
آهن	Fe	۰٫۰۹۷
سرب	Pb	۰٫۲۱
جیوه	Hg	۰٫۹۴
برنج	----	۰٫۰۸
کنستانتان	Cu+Ni+Al	۰٫۵۰
منگنین	Cu+Ni+Mn	۰٫۴۹

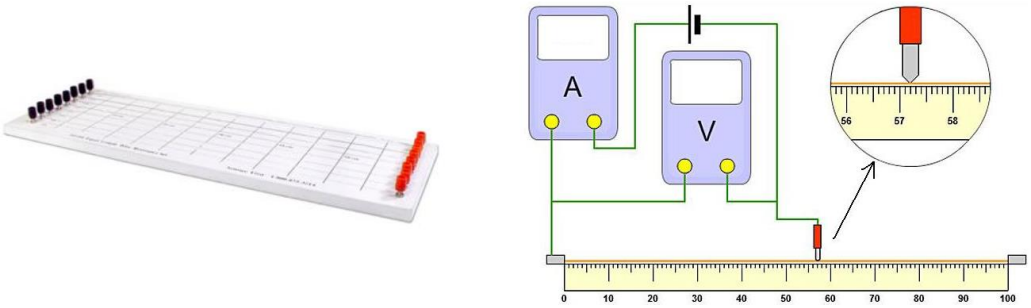
در این آزمایش می‌خواهیم با اندازه‌گیری مقاومت الکتریکی چند مفتول (سیم) مختلف وابستگی R به طول و اندازه‌ی سطح مقطع مفتول را مطالعه می‌کنیم.

ابزار و وسایل مورد نیاز: یک منبع تغذیه‌ی DC ، ولت‌سنج، آمپرسنج، چند مفتول (سیم) از یک جنس و با قطرهای یکسان ولی با طول‌های متفاوت، چند سیم از یک جنس با طول یکسان ولی قطرهای متفاوت، تعدادی سیم رابط و برگه میلی‌متری.

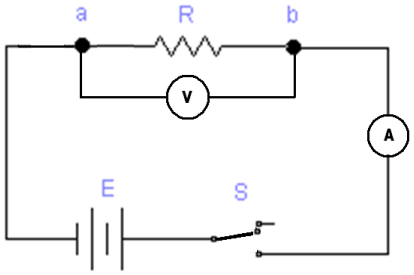
مراحل انجام آزمایش

الف) وابستگی مقاومت اهمی یک مفتول رسانا (سیم) به طول آن

۱) یک رسانای مفتولی انتخاب کنید به طوری‌که که بتوانید طول آن را تغییر دهید. ممکن است یک تخته با صفحه‌ای مدرج شامل چند مفتول از یک جنس و با قطرهای یکسان در اختیارتان باشد، شکل(۱-چپ). در این صورت می‌توانید آنها را با هم سری کنید تا طول‌های مختلف را بدست آورید. همچنین ممکن است خط‌کشی بلند که روی آن یک مفتول به همراه یک لغزاننده نصب شده است دراختیارتان باشد، شکل(۱-راست). در این صورت می‌توانید با حرکت دادنِ لغزاننده طول‌های مختلفی از مفتول را در مدار قرار دهید.



شکل(۱). انواع رساناهای مفتولی مناسب برای آزمایش.



شکل(۲). یک مدار ساده. R در این مدار همان رسانای مفتولی است.

۲) حال مدار ساده‌ای شامل این رسانای مفتولی (به عنوان یک مقاومت) و یک منبع تغذیه‌ی DC، مطابق شکل(۲) ببندید (شکل(۱-راست) را نیز ببینید). برای مفتول‌هایی به طول‌های مختلف (مثلاً ۵۰ ، ۱۰۰ ،۱۵۰ و ۲۰۰ سانتیمتر) با اندازه‌گیری جریان مدار و اختلاف پتانسیل دو سر رسانای مفتولی، ستون مربوط را در جدول(۲) پُر کنید. واحد جریان و اختلاف پتانسیل را یادداشت کنید.

توجه: سعی کنید آمپرسنج همواره در مدار قرار داشته باشد. بهتر است یک مقاومت کربنی حدود ۵۰ اهم با منبع تغذیه سِری شود تا رساناهای مفتولی داغ نکند. نیرومحرکه‌ی منبع تغذیه را بزرگ انتخاب نکنید. آن را طوری انتخاب کنید که تا حد امکان بتوانید بدونِ تغییرِ بُرد و بازه‌ی آمپرسنج، جریان و اختلاف پتانسیل را برای تمام طولهایی از رسانای مفتولی که انتخاب می‌کنید اندازه‌گیری کنید.

خواسته‌ها

- مقاومت اهمی رسانای مفتولی را در هر مرحله محاسبه کنید و جدول(۲) را کامل کنید.

توجه: برای محاسبه خطای R، e_R، که در ستون هفتمِ جدول(۲) خواسته شده است با استفاده از رابطه(۱۸) در فصل "آشنایی با خطاهای اندازه‌گیری، تحلیل داده‌ها و گزارش‌نویسی" مربوط به انتشار خطا و اینکه $R=V/I$ نشان دهید که

$$e_R = \sqrt{(\frac{e_V}{I})^2 + R^2(\frac{e_I}{I})^2} = R\sqrt{(\frac{e_V}{V})^2 + (\frac{e_I}{I})^2}$$

توجه: برای محاسبه e_ρ نیز باید رابطه‌ای مناسب برای انتشار خطا بدست آورید.

- رابطه بین دو واحد $\Omega \cdot m$ و $\frac{\Omega \cdot mm^2}{m}$ را بدست آورید.
- مقاومت ویژه‌ی مفتولها را در هر مرحله از اندازه‌گیری‌ها (هر سطر از جدول(۲)) بر حسب $\Omega \cdot m$ و $\frac{\Omega \cdot mm^2}{m}$ محاسبه و ستون مربوط در جدول(۲) را کامل کنید. میانگین آن‌ها را به‌دست آورید. این میانگین را با خطای آن گزارش کنید. برای محاسبه خطای معیار میانگین، رابطه(۱۷) از فصلِ "آشنایی با خطاهای اندازه‌گیری، تحلیل داده‌ها و گزارش-نویسی" را ببینید.
- نمودار مقاومت اُهمی مفتول‌ها را بر حسب طول آن‌ها رسم کنید. این نمودار چه شکلی باید داشته باشد؟
- با استفاده از نمودار رسم شده و با توجه به این که قطر مفتول‌ها ..... است (از کارشناس آزمایشگاه بپرسید یا با یک کولیس اندازه بگیرید) مقاومت ویژه‌ی مفتول مورد آزمایش را بر حسب $\Omega \cdot m$ و $\frac{\Omega \cdot mm^2}{m}$ به‌دست آورید. این مقدار را با مقدار میانگین حاصل از دو ستون آخر جدول(۲) مقایسه کنید و درصد اختلاف نسبی آنها را به‌دست آورید. با استفاده از جدول(۱) جنس مفتول را بیابید.

جدول(۲). اندازه‌گیری‌های آزمایشِ وابستگی مقاومت اهمی یک مفتول رسانا به طول آن.

طول (m)	V	دقت V	I	دقت I	$R=V/I$ (Ω)	e_R (Ω)	$\rho = \frac{RA}{L}$ (Ω.m)	$\rho = \frac{RA}{L}$ $\frac{\Omega \cdot mm^2}{m}$	e_ρ $\frac{\Omega \cdot mm^2}{m}$

* واحد اندازه‌گیری کمیت‌ها را ثبت کنید.

ب) وابستگی مقاومت اهمی یک مفتول رسانا (سیم)به مساحت سطح مقطع آن

۱) مشابه مرحله(الف) ولی برای سیم‌هایی با جنس و طول یکسان اما قطرهای متفاوت، با اندازه‌گیری کمیت‌های مناسب (جریان مدار و اختلاف پتانسیل دو سرِ رسانای مفتولی) جدول(۳) را کامل کنید. یک تخته شامل چند مفتول از یک جنس با طول‌های یکسان اما قطرهای متفاوت در اختیارتان قرار دارد، شکل(۲-چپ). قطر مفتول‌ها را از کارشناس آزمایشگاه بپرسید یا با یک کولیس اندازه بگیرید.

خواسته‌ها

- مقاومت ویژه‌ی مفتولها را در هر مرحله از اندازه‌گیری‌ها (هر سطر از جدول(۳)) بر حسب $\Omega \cdot m$ و $\frac{\Omega \cdot mm^2}{m}$ محاسبه کرده ستون مربوط در جدول(۳) را کامل کنید. مقدار میانگین را به‌دست آورید. این میانگین را با خطای آن گزارش کنید.
- نمودار مقاومت مفتول‌ها را بر حسبِ عکسِ (وارونِ) مساحتِ سطحِ مقطعِ آن‌ها رسم کنید. این نمودار چه شکلی (رفتاری) باید داشته باشد؟

- با استفاده از نمودار رسم شده و با توجه به این که طول مفتول‌ها ..... است (اندازه بگیرید) مقاومت ویژه‌ی مفتول‌های مورد استفاده را بر حسب $\Omega \cdot m$ و $\frac{\Omega \cdot mm^2}{m}$ به‌دست آورید. این مقدار را با مقدار میانگین حاصل از دو ستون آخر جدول(۳) مقایسه کنید و درصد اختلاف نسبی این دو را به‌دست آورید. با استفاده از جدول(۱) جنس مفتول را بیابید.

جدول(۳). اندازه‌گیری‌های آزمایشِ وابستگی مقاومت اهمی یک مفتول رسانا (سیم) به مساحت سطح مقطع آن.

قطر مفتول (mm)	A (mm^2)	A^{-1} (mm^{-2})	V	دقت V	I	دقت I	$R=V/I$ (Ω)	e_R (Ω)	$\rho = \frac{R\,A}{L}$ (Ω.m)	$\rho = \frac{R\,A}{L}$ $\frac{\Omega \cdot mm^2}{m}$

* واحد اندازه‌گیری کمیت‌ها را ثبت کنید. ستون نهم، e_R، مشابه با ستون هفتم از جدول(۲) محاسبه و کامل شود.

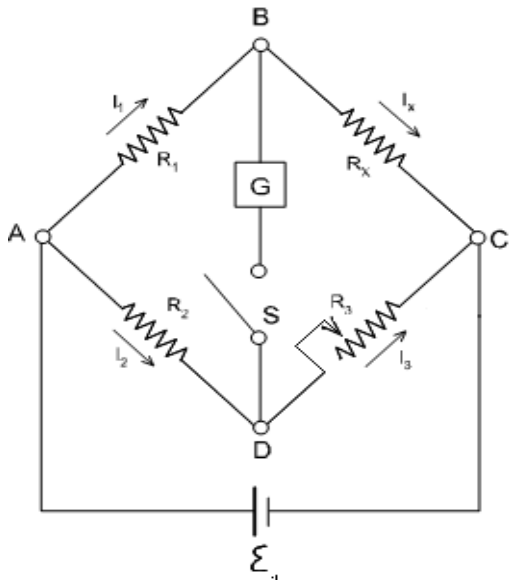
آزمایش شماره‌ی چهار

تعیین مقاومت مجهول با استفاده از پُل وِتستون و پُل تار

پیکربندی پُل روشی است که اولین بار توسط فیزیکدان انگلیسی چارلز وِتستون در سال ۱۸۴۳ میلادی برای یافتن مقاومت مجهول به کار گرفته شد. در شکل(۱) مدارِ پلِ وِتستون با استفاده از مقاومت‌های کربنی و در شکل(۲) مدار پل وتستون با استفاده از یک مقاومت فلزی (رسانای مفتولی با سطح مقطع ثابت: به این مدار، پُل تار نیز می‌گویند) نشان داده شده است.

هدف ما در این آزمایش تعیین مقدار مقاومت الکتریکی یک مقاومت مجهول (R_X در شکل(۱) و (۲)) است. برای این منظور یک اختلاف پتانسیل ثابتِ ε بین نقاط A و C برقرار می‌شود. جریانی که به نقطه A می رسد به دو قسمت تقسیم می‌شود و از شاخه‌های ABC و ADC عبور می‌کند. دو نقطه B و D توسط یک پُل (شامل یک سیم و یک گالوانومتر یا میکروآمپرسنج که عبور جریان را نشان می‌دهد) به یکدیگر متصل می‌شوند.

بدیهی است که جریان الکتریکی بین این دو نقطه همواره از پتانسیل بیشتر به طرف پتانسیل کمتربرقرار می‌شود. اگر این دو نقطه در یک سطح پتانسیل قرار داشته باشند جریانی از گالوانومتر عبور نمی‌کند. در این وضعیت می‌گوییم پل در تعادل است و گالوانومتر درجه‌ی (جریانِ) صفر را نشان خواهد داد. در حالت تعادل برای پل می‌توان نوشت:



شکل(۱). پل وتستون. R3 یک مقاومت متغیر (رئوستا) است.

$$I_1 = I_X \quad , \quad I_2 = I_3 \qquad (۱)$$

$$\Delta V_{AB} = \Delta V_{AD} \quad , \quad \Delta V_{BC} = \Delta V_{DC} \qquad (۲)$$

با استفاده از این معادلات و قانون اهم داریم:

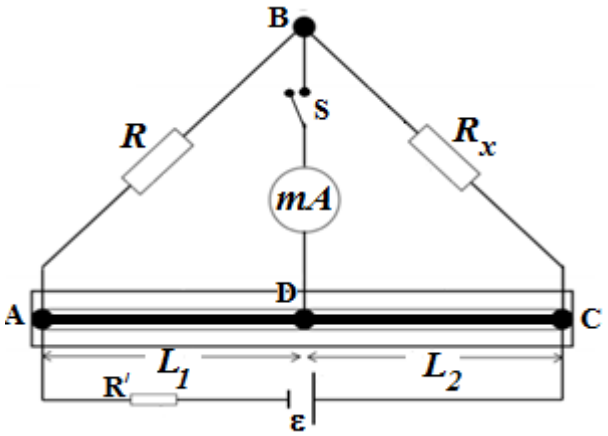
$$\Delta V_{AB} = I_1 R_1 = I_2 R_2 = \Delta V_{AD}$$
$$\Delta V_{BC} = I_X R_X = I_3 R_3 = \Delta V_{DC}$$
$$\frac{R_1}{R_X} = \frac{R_2}{R_3} \quad \Rightarrow \quad R_X = R_3 \frac{R_1}{R_2} \qquad (۳)$$

این حالت تعادل با تغییر مقاومت متغیر R_3 به دست می‌آید. دقت بیشتر در چگونگی تغییر دادنِ مقاومت متغییر R_3، دقت بیشتر در اندازه‌گیری مقاومت مجهول را به همراه دارد.

در صورتی که به جای دو مقاومت R_2 و R_3 از یک مقاومت فلزی (رسانای مفتولی) که به وسیله یک لغزاننده به دو بخش تقسیم شده است، مطابقِ مدارِ شکل (۲)، استفاده کنیم چون سطح مقطع این مقاومت فلزی ثابت است، مقاومت‌های R_2 و R_3 که با این مقاومت فلزی جایگزین شده‌اند، به ترتیب، متناسب با طول‌های L_1 و L_2 می‌شوند. لذا در حالت تعادلِ پُلِ تار داریم:

$$R_X = R \frac{L_2}{L_1} \qquad (۴)$$

توجه شود که در پل تار نقطه‌ی D به یک لغزنده متصل است و طول‌های L_1 و L_2 را می‌توان توسط آن تغییر داد. با تغییر طول‌های L_1 و L_2 می‌توان شرط تعادل را در پل تار برقرار کرد. دقت بیشتر در جابجا کردنِ لغزانده (D)، دقت بیشتر در اندازه‌گیری مقاومت مجهول را به همراه دارد.



شکل(۲). مدار پل وتستون با استفاده از مقاومت فلزی (پل تار).

برای محاسبه‌ی خطا می‌توانید از روابط زیر استفاده کنید.

$$\frac{e_{R_X}}{R_X}=\sqrt{(\frac{e_{R3}}{R_3})^2+(\frac{e_{R2}}{R_2})^2+(\frac{e_{R1}}{R_1})^2} \qquad (۵)$$

$$\frac{e_{R_X}}{R_X}=\sqrt{(\frac{e_R}{R})^2+(\frac{e_L}{L_1})^2+(\frac{e_L}{L_2})^2} \quad , \quad e_{L1}=e_{L2}=e_L \qquad (۶)$$

این روابط با استفاده از رابطه(۱۸) از بخش (۱-۸) از فصل "آشنایی با خطاهای اندازه‌گیری، تحلیل داده‌ها و گزارش‌نویسی" محاسبه شده‌اند.

ابزار و وسایل مورد نیاز: منبع تغذیه DC، چند مقاومت کربنی، رئوستا، خط‌کش تار، گالوانومتر یا میکروآمپرسنج و کلید قطع و وصل.

مراحل انجام آزمایش

الف) پل وتستون

۱) مداری مطابق شکل (۱) ببندید. اگر گالوانومتر در اختیار ندارید از یک میلی‌آمپرسنج یا میکروآمپرسنج استفاده کنید.

- گفته می‌شود برای اطمینان از این که مدار را درست بسته‌اید یک بار مقاومت R_3 را برابر صفر (اتصال کوتاهِ نقاط D و C) و بار دیگر آن را برابر با بی‌نهایت (قطعِ اتصال نقاط D و C) اختیار کنید. اگر مدار درست باشد جهتِ انحرافِ گالوانومتر در این دو حالت خلاف یکدیگر است. علت را با ساده کردنِ مدار در دو حالت ذکر شده توضیح دهید.

۲) مقاومت متغیر R_3 (رئوستا) را آن‌قدر تغییر دهید (کم و زیاد کنید) تا گالوانومتر صفر را نشان دهد (پل به تعادل برسد). برای اینکه گالوانومتر نسوزد کلیدِ S را باز نگه دارید و برای اینکه ببینید پُل به تعادل رسیده است یا نه، کلیدِ S را برای مدت کوتاهی ببندید و بعد باز کنید. اگر گالوانومتر صفر را نشان نمی‌داد مقاومت متغیر را تغییر داده دوباره کلید S را برای مدت کوتاهی ببندید و بعد باز کنید و همین طور این کار را تکرار کنید تا تعادلِ پل را بیابید.

۳) مقاومت مجهول را ثابت نگه دارید و مقاومتهای دیگر را تغییر دهید. می‌توانید جای مقاومتهای R_1 و R_2 یا R_2 و R_3 را با هم عوض کنید یا اینکه از یک مقاومت دیگر استفاده کنید. اگر وقت کافی دارید تمام حالتهای متفاوتِ ممکن را با مقاومت‌هایی که در اختیار دارید آزمایش کنید (در تمام موارد، مقاومت مجهول یکسان باشد). نتایج اندازه‌گیری را در جدول(۱) یادداشت کنید.

توجه: برای اندازه‌گیری e_{R3} باید چگونگی تغییراتِ R_3 را بر تغییراتِ محلِّ عقربه گالوانومتر در حالتِ تعادلِ پُل بررسی کنید. به عبارت دیگر چه‌قدر R_3 را تغییر دهید تا حالت تعادل پُل به هم نخورد!

جدول(۱). داده‌های حاصل از آزمایش پل وتستون.

ردیف	R_1 (Ω)	e_{R1} (Ω)	R_2 (Ω)	e_{R2} (Ω)	R_3 (Ω)	e_{R3} (Ω)	R_X (Ω)	e_{R_X} (Ω)
۱								
۲								
۳								
۴								
۵								

خواسته‌ها

- با استفاده از رابطه(۳) مقاومت مجهول را محاسبه و ستون مربوط را در جدول(۱) کامل کنید.
- رابطه(۵) را اثبات کنید و با استفاده از آن ستون آخرِ جدول(۱)، e_{R_X}، را کامل کنید.
- میانگین مقادیر R_X را با خطای آن گزارش کنید. برای محاسبه خطای معیار میانگین، رابطه(۱۷) از فصلِ "آشنایی با خطاهای اندازه‌گیری، تحلیل داده‌ها و گزارش‌نویسی" را ببینید.

ب) پُل تار

همان‌گونه که در مرحله‌ی (الف) مشاهده کردید دقت در صفر کردن گالوانومتر نکته‌ی مهمی است و وجود مقاومت متغیرِ خیلی حساس ضروری است. معمولاً مقاومت مفتول فلزی خیلی کم است به طوری که اگر از یک مفتول فلزی به جای دو مقاومتِ R_2 و R_3 در مدارِ شکل (۱)، استفاده شود انتظار می‌رود حساسیت آزمایش افزایش یابد، مدارِ شکل (۲) را ببینید. با این وجود، در این‌جا نیز حساسیت گالوانومتر و دقت در اندازه‌گیری از اهمیت زیادی برخوردار است.

۱) یک مقاومت کوچک (کمتر از ۲۰ اُهم) را به عنوان مقاومتِ مجهول انتخاب کنید و در مدار پل تار، مدارِ شکل(۲)، به جای R_X قرار دهید. بهتر است یک مقاومت کربنی حدود ۱۰۰ اهم با منبع تغذیه سِری شود ('R در شکل(۲)) تا رسانای مفتولی داغ نکند. نیرومحرکه‌ی منبع تغذیه را بزرگ انتخاب نکنید.

۲) لغزاننده‌ی D را آن قدر جابجا کنید تا گالوانومتر روی صفر تنظیم شود. برای اینکه گالوانومتر نسوزد همانند مرحله‌ی (الف) برای یافتنِ تعادلِ پل از کلید S استفاده کنید. آن‌گاه مقادیر L_1 و L_2 را اندازه بگیرید و در جدول (۲) وارد کنید. در این مرحله نیز مقاومتِ مجهول را ثابت نگه دارید و مقاومت R را تغییر دهید و اندازه‌گیری را تکرار کنید. نتایج را در جدول(۲) بنویسید.

توجه: برای اندازه‌گیری e_L، دقت اندازه‌گیری طول سیم‌ها (مفتول فلزی) یا همان عدم قطعیت در اندازه‌ی طول سیم‌ها، توجه کنید که باید لغزنده‌ی D روی خط‌کشِ پلِ تار (شکل(۲) را ببینید) را آن قدر جابجا کنید تا تغییرات محل عقربه‌ی گالوانومتر قابل مشاهده باشد. این جابجایی معیاری از e_L است. مقدار e_L بسته به حساسیت گالوانومتر می‌تواند بین چند میلی‌متر تا چند سانتی‌متر تغییر کند. اما اگر e_L کوچکتر از کوچکترین درجه‌بندی روی خط‌کش (دقت خط‌کش) بدست آید می‌بایست e_L را همان دقتِ خط‌کش در نظر گرفت.

خواسته‌ها

- با استفاده از رابطه(۴) مقاومت مجهول را محاسبه و ستون مربوط را در جدول(۲) کامل کنید.
- با استفاده از رابطه(۶)، ستون آخرِ جدول(۲) یعنی مقادیر e_{R_X} را کامل کنید.
- میانگین مقادیر R_X را با خطای آن گزارش کنید.

جدول(۲) داده های حاصل از آزمایش پل تار.

ردیف	L_1 (cm)	L_2 (cm)	e_L (cm)	R (Ω)	e_R (Ω)	R_X (Ω)	e_{R_X} (Ω)
۱							
۲							
۳							
۴							
۵							

آزمایش شماره‌ی پنج
مطالعه و تحقیق قوانین کیرشهف

یک مدار ساده‌ی الکتریکی تک حلقه از یک یا چند منبع تغذیه (مولد) و یک یا چند مقاومت تشکیل شده است که یکی پس از دیگری به کمک سیم‌های رابط (که بدون مقاومت فرض می‌شوند) به دنبال هم (سِری) بسته شده‌اند. شدت جریان در تمام قسمت‌های این مدار (حلقه) یکسان است. اما در مدارهایی که شامل حلقه‌های متعدد هستند، شدت جریان در شاخه-های مختلف هر حلقه می‌تواند متفاوت باشد. در این گونه مدارها (و نیز مدار تک حلقه) می‌توان با به کار بردن «قوانین کیرشهف» که از اصول پایستگی (بقای) بار و پایستگی انرژی نتیجه می‌شوند جریان شاخه‌های مختلف هر حلقه را محاسبه کرد. این قوانین عبارتند از:

۱) قانون شدت جریان‌ها (قانون گره): مجموع جریان‌هایی که به هر گره (نقطه‌ای که حداقا سه شاخه‌ی مدار در آن نقطه به هم متصل شده‌اند) می‌رسند برابرِ مجموعِ جریان‌هایی است که از آن نقطه خارج می‌شوند. این قانون از اصل پایستگی بار نتیجه می‌شود.

۲) قانون اختلاف پتانسیل‌ها (قانون حلقه): در هر حلقه یا مدار بسته، مجموعِ جبری اختلاف پتانسیل‌ها صفر است. این قانون از اصل پایستگی انرژی نتیجه می‌شود. برای به کار بردن این قانون باید دو دستورالعمل زیر را رعایت کنیم:

۲-۱) جهت جریان شاخه‌های مختلف مدار را به دلخواه تعیین می‌کنیم.

۲-۲) یک حلقه از مدار شامل اجزاء مختلف (مقاومت‌ها، باتری‌ها و ...) را انتخاب می‌کنیم. برای نوشتنِ اختلاف پتانسیل‌ها، روی این حلقه از یک نقطه‌ی دلخواه در یک جهت دلخواه (ساعت‌گرد یا پادساعت‌گرد) حرکت می‌کنیم تا به همان نقطه برگردیم.

۲-۳) در این حرکت، هرگاه در جهتِ جریانِ فرضی یک شاخه از یک مقاومت، R، بگذریم پتانسیل به اندازه‌ی RI کاهش می‌یابد و اگر در خلافِ جهتِ جریان از مقاومت بگذریم پتانسیل به اندازه‌ی RI افزایش می‌یابد. I جریانِ فرضی آن شاخه است.

۲-۴) همچنین در این حرکت، هرگاه از یک مولد عبور کنیم، بدون توجه به جهت جریانِ شاخه اگر از پایانه‌ی منفی به طرف پایانه‌ی مثبت از درون مولد عبور می‌کنیم پتانسیل به اندازه‌ی نیرومحرکه‌ی مولد، ε، افزایش می‌یابد و اگر از پایانه‌ی مثبت به طرف پایانه‌ی منفی عبور می‌کنیم پتانسیل به اندازه‌ی نیرومحرکه‌ی مولد کاهش می‌یابد.

در این آزمایش قصد داریم با اندازه‌گیری جریان شاخه‌های مختلف یک مدار و اختلاف پتانسیل دو سرِ اجزاء مختلفِ مدار، قوانین کیرشهف را تحقیق کنیم.

ابزار و وسایل مورد نیاز: سه مقاومت کربنی، دو منبع تغذیه‌ی DC، آمپرسنج، ولت‌سنج و تعدادی سیم رابط.

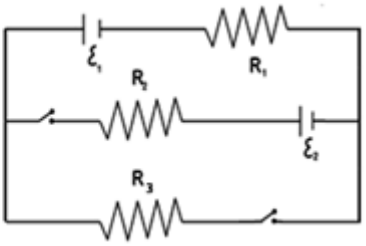
مراحل انجام آزمایش

۱) مدار تک حلقه

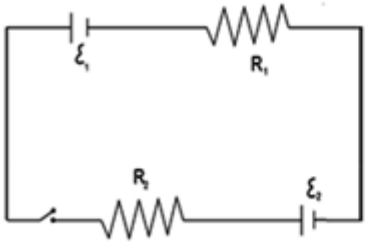
یک مدار تک حلقه شامل دو منبع تغذیه و دو مقاومت کربنی، مطابق شکل(۱) ببندید. با انتخاب مقادیری دلخواه برای نیرومحرکه‌ی مولدها (حداقل دو انتخابِ متفاوت) جریان حلقه، I، و اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت‌ها، V_1 و V_2، را اندازه-گیری و در جدول(۱) یادداشت کنید. به علامت و جهتِ نیرومحرکه‌ی مولدها در مدار توجه کنید و مقدار عددی آنها را با ولت‌سنج اندازه گرفته در جدول(۱) یادداشت کنید.

توجه: سعی کنید در تمام اندازه‌گیری‌ها آمپرسنج را از مدار خارج نکنید. اگر امکانش وجود دارد با یک اُهم‌سنج مقاومتِ آمپرسنج را نیز اندازه بگیرید.

توجه: تعیین جهت جریان در حلقه نیز مهم است. جهت جریان در حلقه را تعیین کنید. برای این کار به هیچ محاسبه‌ای نیاز نیست. بلکه فقط کافی است آمپرسنج یا ولت‌سنج را تعیینِ علامت کنید (از کارشناس یا مدرسِ آزمایشگاه راهنمایی بخواهید).



شکل (۲). مدار ساده‌ی چند حلقه.



شکل (۱). مدار تک حلقه.

خواسته‌ها

- جدول(۱) را کامل کنید.
- قانون حلقه را که با رابطه $\varepsilon_2 \pm V_2 - \varepsilon_1 \pm V_1 = 0$ داده می‌شود، برای هر اندازه‌گیری (انتخابِ) متفاوت تحقیق کنید. مجموع جبری اختلاف پتانسیل‌ها ($\varepsilon_2 \pm V_2 - \varepsilon_1 \pm V_1$) باید در چه بازه‌ای بدست آید (البته با صرف‌نظر از تأثیر آمپرسنج و ولت‌سنج) تا از درستی قانون حلقه در آزمایش خود اطمینان حاصل کنید؟
- قانون حلقه را که با رابطه $\varepsilon_2 \pm IR_2 - \varepsilon_1 \pm IR_1 = 0$ نیز داده می‌شود، برای هر اندازه‌گیری (انتخابِ) متفاوت تحقیق کنید. در این رابطه I همان I_{meas}، مقدار اندازه‌گیری شده جریان مدار، است.
- وجود آمپرسنج و ولت‌سنج در مدار، وقتی اندازه‌گیری انجام می‌دهید چه تأثیری در تحقیقِ درستی قانون حلقه در آزمایش شما دارند؟
- با استفاده از قانون حلقه، به طور نظری جریان مدار، I_{theo} ، را در هر انتخاب محاسبه کرده در جدول(۱) وارد کنید. اگر فرض کنیم در خواندنِ مقادیرِ نیرومحرکه‌ی باتری‌ها خطایی نداشته باشیم عدم دقتِ جریانِ محاسبه شده در هر انتخاب، به دلیل عدم قطعیت مقاومت‌ها (که از روی حلقه‌های رنگی می‌خوانید) چه‌قدر است؟ راهنمایی: از رابطه(۱۸) از فصلِ " آشنایی با خطاهای اندازه‌گیری، تحلیل داده‌ها و گزارش‌نویسی" استفاده کنید.
- درصدِ اختلافِ نسبی جریان‌های اندازه‌گیری شده با مقادیر محاسبه شده چه‌قدر است؟

جدول(۱). اندازه‌گیری‌های مدار تک حلقه

انتخاب	۱	۲	۳	R_1 (Ω)	e_{R_1} (Ω)	R_2 (Ω)	e_{R_2} (Ω)
ε_1 (V)							
ε_2 (V)							
I_{meas} (mA)				e_I (mA)	e_{V_1} (V)	e_{V_2} (V)	e_ε (V)
I_{theo} (mA)							
V_1 (V)							
V_2 (V)							

۲) مدار ساده‌ی چند حلقه

مداری شامل دو منبع تغذیه و سه مقاومت کربنی، مطابق شکل(۲) ببندید. با انتخاب مقادیری دلخواه برای نیرومحرکه‌ی مولدها (حداقل دو *انتخابِ* متفاوت یکبار $\varepsilon_1 > \varepsilon_2$ و بار دیگر $\varepsilon_1 < \varepsilon_2$)، اندازه جریان شاخه‌ها و نیز اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت‌ها را اندازه‌گیری و در جدول(۲) یادداشت کنید. به علامت و جهتِ نیرومحرکه‌ی مولدها در مدار توجه کنید.

توجه: تعیینِ جهتِ جریان در شاخه‌ها فراموش نشود. همانندِ مرحله قبل با آمپرسنج یا ولت‌سنجی که تعیینِ علامت کرده‌اید جهت جریان در شاخه‌ها را تعیین کنید.

خواسته‌ها

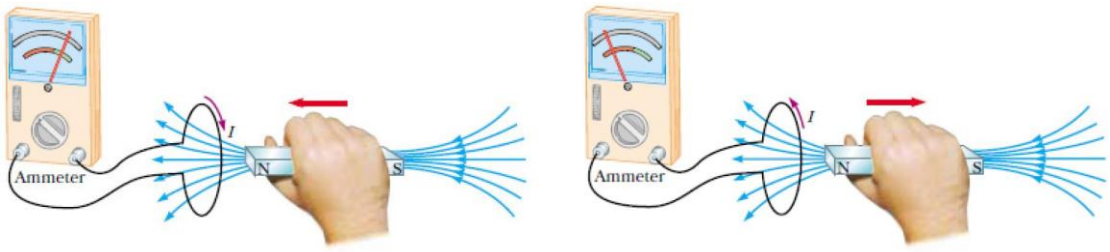
- با استفاده از مقادیر اندازه‌گیری شده، قوانین کیرشهف را در هر *انتخاب* تحقیق کنید. توجه داشته باشید که در این مدار، سه حلقه می‌توان در نظر گرفت که البته در محاسبات نظری دو تا از این حلقه‌ها مستقل‌اَند. با این حال، در هر *انتخاب*، قانون حلقه، $\varepsilon_2 \pm V_2 - \varepsilon_1 \pm V_1 = 0$ ، را برای هر سه حلقه تحقیق کنید.
- با استفاده از قوانین کیرشهف به طور نظری جریان شاخه‌های مختلف مدار را در هر *انتخاب* محاسبه و نتیجه را در جدول(۲) وارد کنید. درصدِ خطای نسبی جریان‌های اندازه‌گیری شده با مقادیر محاسبه شده چه‌قدر است؟

جدول(۲). اندازه‌گیری‌های مدار چند حلقه

انتخاب	۱	۲	۳	R_1 (Ω)	e_{R_1} (Ω)	R_2 (Ω)	e_{R_2} (Ω)	R_3 (Ω)	e_{R_3} (Ω)
ε_1 (V)									
ε_2 (V)				جهت جریان اندازه‌گیری شده		e_I (mA)		e_V (V)	e_ε (V)
I_{1meas} (mA)									
I_{2meas} (mA)									
I_{3meas} (mA)									
I_{1theo} (mA)									
I_{2theo} (mA)									
I_{3theo} (mA)									
V_1 (V)									
V_2 (V)									
V_3 (V)									

آزمایش شماره‌ی شش
مطالعه‌ی قانون القاء فارادی

شکل(۱) سیم‌پیچ‌هایی را نشان می‌دهد که دو سر آنها به یک میکروآمپرسنج حساس (یا گالوانومتر) بسته شده است. از آنجایی که منبع تغذیه (باتری) در مدار نیست انتظار عبور جریان الکتریکی یا منحرف شدن عقربه‌ی میکروآمپرسنج را نداریم. ولی چنانچه یک آهنربای میله‌ای را مطابق شکل(۱) به حلقه (سیم‌پیچ) نزدیک یا از آن دور کنیم انحراف عقربه‌ی میکروآمپرسنج، عبور یک جریان الکتریکی را نشان می‌دهد. این جریان را که در اثر حرکت آهنربا (دور یا نزدیک شدن آن به حلقه) ایجاد می‌شود جریان القایی (induced current) می‌نامند.



شکل(۱). ایجاد جریان القایی در اثر حرکت آهنربا. راست، دور شدن و چپ، نزدیک شدنِ آهن‌ربا.

برای اینکه بتوانیم این پدیده را با بیان ساده‌تری تشریح کنیم بهتر است تعاریفی را که دراین مورد نیاز است یادآوری کنیم. در بحث میدانهای مغناطیسی، برداری ($\vec{B}$) به نام القاء مغناطیسی (magnetic induction)، یا به طور ساده‌تر، بردار میدان مغناطیسی، معرفی می‌شود. واحد اندازه‌گیری آن در دستگاه یکاهای SI، تسلا (T) است. یک میدان مغناطیسی را می‌توان، مانند یک میدان الکتریکی، با خطوطی فرضی به نام خطوط میدان در فضا مشخص ساخت به طوری‌که میزان تراکم آنها در هر ناحیه از فضا شدت نسبی میدان را در آن ناحیه مشخص می‌کند. جهت خطوط میدان در هر نقطه نشان‌دهنده‌ی سوی بردار میدان در آن نقطه است به طوری‌که این بردار بر خطّ میدانی که از آن نقطه می‌گذرد مماس رسم می‌شود.

شارّ مغناطیسی (magnetic flux) را که از یک سطح دلخواه می‌گذرد با ϕ نشان می‌دهند و با رابطه(۱) تعریف می‌شود.

$$\phi = \int \vec{B}.d\vec{A} \qquad (۱)$$

در مفهوم خطوط میدان، این شارّ به نوعی متناسب با تعداد خطوط میدانی است که از آن سطح می‌گذرد. واحد اندازه‌گیری آن در دستگاه یکاهای SI، تسلامترمربع است که به آن وِبر می‌گویند ($1Wb = 1T.m^2$).

اگر میدان مغناطیسی یکنواخت باشد شارّ مغناطیسی، ϕ، گذرنده از یک سطح تخت به مساحت A به صورت رابطه(۲) ساده می‌شود.

$$\phi = \int \vec{B}.d\vec{A} = BA\cos(\theta) \qquad (۲)$$

که در آن θ زاویه‌ای است که خط عمود بر سطح مفروض با بردار میدان مغناطیسی ($\vec{B}$) می‌سازد.

اکنون می‌توانیم علت ایجاد جریان الکتریکی القایی را در مدار شکل(۱) یا به طور کلی نیرومحرکه‌ی القائی که عامل این جریان القایی است، بیان کنیم. به طور کلی برطبق *قانون القاء فارادی* اگر شارّ مغناطیسی‌ای که از سطح یک مدار بسته می‌گذرد با گذشت زمان تغییر کند یک نیرومحرکه در آن مدار القاء خواهد شد. به طور کمّی این قانون بیان می‌کند که نیرومحرکه‌ی القائی ناشی از تغییر شار در یک مدار، متناسب با آهنگ این تغییرات است و در دستگاه یکاهای SI به صورت تساوی زیر بیان می‌شود.

$$\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt} \qquad (۳)$$

رابطه(۳) قانون القاء فارادی نامیده می‌شود. علامت منفی در این رابطه به نوعی به جهت نیرومحرکه‌ی القائی مربوط است (قانون لنز) که حین انجام آزمایش در مرحله‌ی (الف) توضیح داده خواهد شد.
در شکل(۱) هنگامی که آهنربای میله‌ای، دور یا نزدیک می‌شود در حقیقت شارِّ مغناطیسی‌ای که از حلقه می‌گذرد، به ترتیب، کاهش یا افزایش می‌یابد. زیرا تراکم خطوط میدان مغناطیسی آهنربا (اندازه میدان مغناطیسی) در نزدیکی قطبهای آن بیشتر از نقاط دیگر است. آشکار است که مطابق رابطه (۳) هر چه این تغییر شار سریع‌تر رخ دهد نیرومحرکه‌ی بزرگ‌تری القاء می‌گردد. به عبارت دیگر، هر چه آهنربا سریع‌تر دور یا نزدیک گردد انحراف عقربه‌ی میکروآمپرسنج (دامنه‌ی جریان القائی) بیشتر خواهد بود. از آن گذشته چنانچه به جای یک حلقه، N حلقه داشته باشیم (سیم‌پیچ با N حلقه) نیرومحرکه‌ی القائی نیز N برابر خواهد شد. یعنی داریم:

$$\varepsilon = -N\frac{d\phi}{dt} \qquad (۴)$$

در این آزمایش می‌خواهیم با اندازه‌گیری نیرومحرکه‌ی القائی و تعیین جهت آن در مدار، قانون القاء فارادی و قانون لنز را تحقیق کنیم.

ابزار و وسایل مورد نیاز: تعدادی سیم‌پیچ با قطر یکسان و تعداد دورهای مختلف، تعدادی سیم‌پیچ با تعداد دور یکسان و قطرهای مختلف، دو سیم‌پیچ ۶۰۰ (یا ۳۰۰) دور، یک عدد سیم‌لوله بلند، هسته‌ی آهنی، میکروآمپرسنج، ولت‌سنج، منبع تغذیه DC یا باتری، منبع تغذیه AC با بسامد قابل تنظیم، دو عدد آهنربای میله‌ای (تیغه‌ای) و تعدادی سیم رابط.

مراحل انجام آزمایش

الف) بررسی کیفی

توجه: در مراحل زیر می‌توانید از یک گالوانومتر ـ اگر در اختیار دارید ـ به جای میکروآمپرسنج استفاده کنید.
توجه: خواسته‌ها در هر مرحله با یک **دایره سیاه توپُر** مشخص شده‌اند. تمام موارد را در گزارش‌کار خود پاسخ دهید.

۱) برای مشاهده چگونگی ایجاد جریان القائی، مطابق شکل(۱) یکی از سیم‌پیچ‌های ۶۰۰ دور را که در اختیار دارید به دو سرِ میکروآمپرسنج وصل کنید، سرِ (قطبِ) N آهنربای میله‌ای شکلی را که در اختیار دارید به سرعت به داخل سیم‌پیچ حرکت دهید (یا در راستای محور سیم‌پیچ به آن نزدیک کنید). خواهید دید که میکروآمپرسنج عبور جریانی را نشان می‌دهد. حال آهنربا را به سرعت از سیم‌پیچ خارج کنید (یا از آن دور کنید). دوباره خواهید دید که میکروآمپرسنج عبور یک جریان القایی را نشان می‌دهد ولی در جهتِ عکس، نسبت به حالتِ قبل. اگر به جای میکروآمپرسنج از یک گالوانومتر عقربه‌ای که صفرِ آن در وسط صفحه مدرج قرار دارد استفاده کنید جهت حرکت عقربه معکوس خواهد شد.

- از مدرس آزمایشگاه بخواهید تا علت این پدیده (ایجاد جریان القائی و تغییر جهت آن) را برایتان توضیح دهد. شما نیز علت را در گزارش‌کار خود بنویسید.
- آزمایش را با نزدیک/دور کردنِ قطبِ S آهنربا تکرار کنید. نتایج چه تغییری می‌کند؟ علت را نیز بیان کنید.
- وابستگی بیشینه‌ی مقداری که میکروآمپرسنج نشان می‌دهد، با سرعتِ حرکت آهنربای میله‌ای در هر دو حالتِ نزدیک یا دور کردن آهنربا تجربه و آزمایش کرده نتیجه را با ذکر دلیل گزارش کنید.

۲) دوباره، مطابق شکل(۱) یکی از سیم‌پیچ‌های ۶۰۰ دور را که در اختیار دارید به دو سرِ میکروآمپرسنج وصل کنید. دو آهنربای میله‌ای (تیغه‌ای) شکلی را که در اختیار دارید روی هم قرار دهید به طوری‌که قطبهای هم‌نام روی هم باشند. قطبِ N این آهنربای ترکیبی را در راستای محور سیم‌پیچ با یک سرعت مشخص به سیم‌پیچ نزدیک کنید. دامنه‌ی شدت جریانی را که در این حالت القاء می‌شود (بیشینه‌ی مقداری که میکروآمپرسنج نشان می‌دهد) یادداشت کنید. با

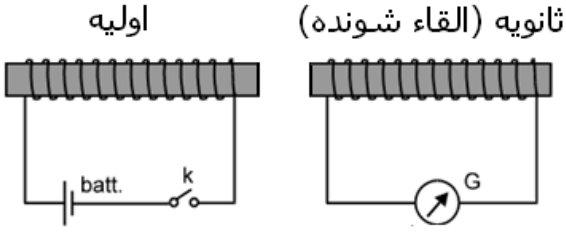
تکرار آزمایش با یک آهنربا، دامنه جریان القائی را در دو حالت مقایسه کنید. توجه شود که سرعتِ نزدیک کردن آهنربا در هر دو حالت یکسان باشد.

- دامنه جریان القائی را در این حالت، در گزارش کار خود یادداشت کنید و نسبت آن دو را بدست آورید. با کمک آزمایشهای انجام شده چه نتیجه‌ای در مورد رابطه اندازه جریان (یا نیرومحرکه‌ی) القائی با اندازه میدان مغناطیسی می-گیرید؟

۳) دو سیم‌پیچ ۶۰۰ دوری را که در اختیار دارید به طور سری به هم وصل کنید و کاملاً نزدیک هم قرار دهید (به هم بچسبانید) و مشابه شکل(۱) با یک میکروآمپرسنج مدار را کامل کنید. مشابه مرحله (۱)، قطبِ N آهنربا را با یک سرعت مشخص به آن نزدیک کنید. با تکرار آزمایش برای یک سیم‌پیچ به تنهایی، اثر تعدادِ دور (حلقه سیم) را در اندازه‌ی جریان القاء شده بررسی کنید. توجه شود که سرعتِ نزدیک کردن آهنربا در هر دو حالت یکسان باشد.

- چه نتیجه ای در مورد رابطه اندازه جریان (یا معادلِ آن نیرومحرکه‌ی) القائی با تعداد دور سیم‌پیچ می‌گیرید؟ آن را در گزارش کار خود بنویسید.
- نتایج آزمایشهای سه مرحله‌ی قبل را با کمک رابطه(۳) توضیح دهید.

۴) مطابق شکل(۲) یک منبع تغذیه DC (باتری)، یک کلید (k) و یک سیم‌پیچ را سری به هم ببندید. سیم‌پیچ دومی (ثانویه) را در امتداد سیم‌پیچ اول (اولیه) و، با کمی فاصله قرار دهید. دو سر این سیم‌پیچ را به یک میکروآمپرسنج (G) ببندید (در شکل(۲) به جای سیم‌پیچ سیم‌لوله نشان داده شده است). به این ترتیب دو مدار تنظیم کرده‌اید که هیچ-گونه ارتباط الکتریکی‌ای با هم ندارند و کاملاً از هم جدا هستند. کلید را وصل کنید. خواهید دید که عقربه‌ی میکروآمپرسنج عبور جریانی لحظه‌ای را نشان می‌دهد و به سرعت دوباره بر روی صفر قرار می‌گیرد. اکنون کلید را قطع کنید، خواهید دید دوباره میکروآمپرسنج عبور جریانی لحظه‌ای را نشان می دهد که جهت آن عکسِ جهتِ جریان قبل است و دوباره به سرعت بر روی صفر برمی‌گردد. از مدرس آزمایشگاه بخواهید تا علت معکوس شدن جریان القایی را توضیح دهد.



شکل(۲). اثر القاء یک مدار در مدار مجاورش هنگام قطع یا وصل کلید.

- با توجه به قانون القاء فارادی علتِ ایجاد جریان القایی را در سیم‌پیچ دوم و نیز معکوس شدنِ جهتِ آن را در حالت دوم در گزارش کار خود بنویسید.

سیم‌پیچ‌ها را به هم نزدیک‌تر کرده آزمایش را تکرار کنید (قطع و وصل کلید). دامنه جریان القائی را در گزارش کار خود یادداشت.

- هنگامی که سیم‌پیچ دوم را به سیم‌پیچ اول نزدیک‌تر می‌کنید، آیا انتظار دارید که میکروآمپرسنج جریان بزرگتری را نشان دهد یا کوچکتر؟ توضیح دهید.

۵) در مدار شکل(۲) یک هسته‌ی (میله‌ی) آهنی درون سیم‌پیچ دوم قرار دهید و آزمایش مرحله (۴) را تکرار کنید. توجه شود که فاصله‌ی دو سیم‌پیچ در دو حالت وجود و عدم وجود هسته‌ی آهنی (مرحله (۴)) یکسان باشد.

- اثر هسته‌ی آهنی را بر دامنه‌ی جریان القائی توضیح دهید و بیان کنید چه تغییری در اندازه‌ی دامنه‌ی جریان القائی رخ می‌دهد؟ چرا؟

ب) بررسی کَمّی

۱) سیم‌لوله‌ی بلند، یک منبع تغذیه AC با بسامد قابل تنظیم و یک آمپرسنج را به طور سری به هم متصل کنید. سپس یک سیم‌پیچ با قطر کوچکتر را که دو سر آن به یک ولت‌سنج متصل است داخل سیم‌لوله‌ی بلند قرار دهید به طوری‌که محور سیم‌لوله و سیم‌پیچ موازی باشند. با برقراری جریان متناوب در مدارِ سیم‌لوله، ولت‌سنج عددی را نشان می‌دهد که همان اختلاف پتانسیل یا نیرومحرکه‌ی القائی در سیم‌پیچ است. در این مرحله می‌خواهیم به طور کمّی، تابعیتِ نیرومحرکه‌ی القائی در سیم‌پیچ را به کمیتهای زیر بررسی کنیم:

۱-۱) دامنه‌ی میدان مغناطیسی متناوب: فقط اندازه‌ی جریان سیم‌لوله‌ی بلند را تغییر دهید و جدول(۱) را کامل کنید. بسامد جریان سیم‌لوله بلند، f ، و تعداد حلقه در واحد طول آن، n، همچنین تعداد حلقه، N، و قطر سیم‌پیچ، D، را که همه در این آزمایش ثابت هستند یادداشت کنید.

$$f = \ldots\ldots\ kHz \quad , \quad n = \ldots\ldots \quad , \quad N = \ldots\ldots \quad , \quad D = \ldots\ldots\ m$$

توجه: بعد از هر بار تغییرِ اندازه‌ی جریان سیم‌لوله، بسامد جریان آن را اندازه بگیرید و از ثابت ماندنِ آن مطمئن شوید.

۱-۲) بسامد میدان مغناطیسی متناوب: فقط بسامد جریان سیم‌لوله بلند را تغییر دهید و جدول(۲) را کامل کنید. اندازه‌ی جریان سیم‌لوله بلند، I_{rms}، همچنین تعداد حلقه، N، و قطر سیم‌پیچ، D، را که همه در این آزمایش ثابت هستند یادداشت کنید.

$$I_{rms} = \ldots\ldots\ mA \quad , \quad n = \ldots\ldots \quad , \quad N = \ldots\ldots \quad , \quad D = \ldots\ldots\ m$$

توجه: بعد از هر بار تغییرِ بسامدِ جریان سیم‌لوله، اندازه‌ی جریان آن را اندازه بگیرید و از ثابت ماندنِ آن مطمئن شوید.

۱-۳) تعداد دورهای سیم‌پیچ القاء شونده: مطابق جدول(۳) سیم‌پیچ را عوض کنید (قطرها یکسان باشد) و جدول(۳) را کامل کنید. اندازه‌ی جریان سیم‌لوله ، I_{rms}، و بسامد آن، f ، همچنین قطر سیم‌پیچ، D، را که همه در این آزمایش ثابت هستند یادداشت کنید.

$$I_{rms} = \ldots\ldots\ mA \quad , \quad f = \ldots\ldots\ kHz \quad , \quad n = \ldots\ldots \quad , \quad D = \ldots\ldots\ m$$

۱-۴) مساحت سطح مقطع سیم‌پیچ القاء شونده: مطابق جدول(۴) سیم‌پیچ را عوض کنید (تعداد حلقه‌ها ثابت باشد) و جدول(۴) را کامل کنید. اندازه‌ی جریان سیم‌لوله بلند، I_{rms}، و بسامد آن، f ، همچنین تعداد حلقه‌های سیم‌پیچ، N، را که همه در این آزمایش ثابت هستند یادداشت کنید.

$$I_{rms} = \ldots\ldots\ mA \quad , \quad f = \ldots\ldots\ kHz \quad , \quad n = \ldots\ldots \quad , \quad N = \ldots\ldots$$

خواسته‌ها

الف) معادلات و تحلیل آنها

- با مراجعه به کتاب درسی فیزیک پایه۲ رابطه میدان مغناطیسی درون یک سیم‌لوله را بیابید (اثباتِ آن لازم نیست) و در گزارش‌کار خود یادداشت کنید. این رابطه در محاسبات بندهای بعدی مورد نیاز خواهد بود.
- جدول‌های (۱) تا (۴) را کامل کنید.
- علت ایجاد نیرومحرکه‌ی القایی در سیم‌پیچ را بر اساس قانون القاء فارادی توضیح دهید.
- با دانستنِ رابطه میدان مغناطیسی درون یک سیم‌لوله و با استفاده از روابط (۲) و (۴)، رابطه‌ی دقیق نیرومحرکه‌ی القائی در سیم‌پیچِ این آزمایش را بر حسب متغیرهای ذکر شده بدست آورید.

راهنمایی: جریان مدار را می‌توان بـه صـورت $I = I_{\max}\cos(\omega t)$ در نظـر گرفـت. در ایـن صـورت خـواهیم داشـت $\varepsilon = \mu_0 nNA\omega I_{\max}\sin(\omega t)$. که در آن $\mu_0 = 4\pi\times10^{-7}\ (SI)$ ضریب گذردهی مغناطیسی خلأ، n تعداد حلقـه-های سیم‌لوله در واحد طولِ آن، N و A نیز، به ترتیب، تعداد حلقه‌ها و مساحتِ سطحِ مقطعِ سیم‌پیچِ القاء شونده اسـت. لذا عددی که ولت‌سنج نشان می‌دهد با

$$\varepsilon_{rms} = \mu_0 nNA\omega I_{rms} \qquad (۵)$$

داده می‌شود. این رابطه را می‌توان به صورت

$$\varepsilon_{rms} = NA\omega B_m/\sqrt{2} \qquad (۶)$$

نیز بازنویسی کرد که در آن $B_m = \mu_0 nI_m = \sqrt{2}\,\mu_0 nI_{rms}$ دامنه میدان مغناطیسی متنـاوبِ درون سـیم‌لولـه اسـت. برای تحلیلِ اندازه‌گیری‌های بند (۱-۱)، رابطه(۶) مفید خواهد بود.

توجه: برای معرفی I_{rms} و ε_{rms} به مقدمه آزمایش شماره نُه، «مطالعه مقاومت ظاهری خازن و القاگر در مـدار RC و RL جریان متناوب»، مراجعه کنید. از مدرس آزمایشگاه نیز می‌توانید راهنمایی بخواهید.

ب) رسم نمودارها

- نمودارهای نیرومحرکه‌ی القائی اندازه‌گیری شده در هر بند را بر حسب متغیر مربوط در برگه‌های میلی‌متری یا با کمـک یک نرم‌افزارِ رسمِ نمودار رسم کنید.
- رفتار نمودارهای رسم شده را با استفاده از روابط(۵) و (۶) دقیق توضیح دهید.
  - اگر فرض کنیم بسامد جریان سیم‌لوله بلند مجهول باشد با استفاده از نمودار مربوط به جدول(۱) و رابطه(۶)، ایـن بسامد را بدست آورید. درصد خطای نسبی اندازه‌گیری‌تان را محاسبه کنید.
  - با توجه به رابطه(۵)، ضریب μ_0 را با اندازه‌گیری شیبِ نمودارهای مربوط به اندازه‌گیری‌هـای جـداول(۲) تـا (۴)، بدست آورید؟ در هر نمودار، درصدِ خطای نسبی اندازه‌گیری ضریب μ_0 را محاسبه کنید.

جدول(۱): تابعیت نیرومحرکه‌ی القائی در سیم‌پیچ با دامنه‌ی میدان مغناطیسی متناوب.

	۱	۲	۳	۴	۵	۶
اندازه جریان سیم‌لوله. I_{rms} (mA)						
دامنه میدان مغناطیسی درون سیم‌لوله. B_m (μT)						
نیرومحرکه‌ی القائی. ε_{rms} (mV)						

توجه: در جدول(۱) و (۲) برای محاسبه مقدارِ B_m، از رابطه $B_m = \mu_0 nI_m = \sqrt{2}\,\mu_0 nI_{rms}$ استفاده شود.

جدول(۲): تابعیت نیرومحرکه‌ی القائی در سیم‌پیچ با بسامد میدان مغناطیسی متناوب.

	۱	۲	۳	۴	۵	۶
بسامد جریان سیم‌لوله f (kHz)						
نیرومحرکه‌ی القائی. ε_{rms} (mV)						
دامنه میدان مغناطیسی درون سیم‌لوله. B_m (μT)						

جدول(۳): تابعیت نیرومحرکه‌ی القائی در سیم‌پیچ با تعداد دورهای سیم‌پیچ.

	۱	۲	۳	۴	۵
تعداد دورهای سیم‌پیچ					
نیرومحرکه‌ی القائی. $\mathcal{E}_{rms}$ (mV)					

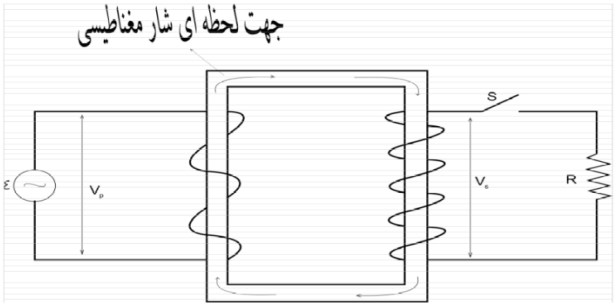
جدول(۴): تابعیت نیرومحرکه‌ی القائی در سیم‌پیچ با مساحت سطح مقطع سیم‌پیچ.

	۱	۲	۳	۴	۵
قطر سیم‌پیچ (mm)					
مساحت سطح مقطع سیم‌پیچ (m^2)					
نیرومحرکه‌ی القائی. $\mathcal{E}_{rms}$ (mV)					

آزمایش شماره‌ی هفت
مطالعه‌ی اساسِ کارِ مبدل‌ها

در دستگاه‌های الکترونیکی توزیع قدرت برای ایمنی تجهیزات لازم است که اختلاف پتانسیل در هر دو طرفِ تولید (نیروگاه) و مصرف (منزل یا کارخانه) نسبتاً پایین باشد. از طرف دیگر می‌خواهیم در انتقال انرژی الکتریکی از نیروگاه تا مصرف‌کننده، پایین‌ترین جریان ممکن (و لذا بیشترین اختلاف پتانسیل) را داشته باشیم تا اتلاف انرژی (RI^2) در خط انتقال کمینه شود. برای این کار نیاز به وسیله‌ای داریم که بتواند اختلاف پتانسیل را در یک مدار پایین و یا بالا ببرد به طوری‌که مقدار حاصل‌ضرب $V.I$ (توان) ثابت بماند (پایستگی انرژی). مُبَدِّلِ جریانِ متناوب که در شکل(۱) نشان داده شده است چنین وسیله‌ای است.

در شکل(۱) دو سیم پیچ نشان داده شده است که روی یک هسته آهنی پیچیده شده‌اند. سیم‌پیچ اولیه (چپ) با تعداد دور (حلقه) N_P به مولّد جریان متناوبِ اولیه متصل می‌شود. سیم‌پیچ ثانویه (راست) با تعداد دور N_S می‌تواند یک مصرف-کننده (R) را تغذیه کند. در شکل(۱)، مدار ثانویه باز است.



شکل(۱): یک مبدّل شامل دو سیم پیچ روی هسته‌ی آهنی، یک مولد جریان متناوب (ε) و یک مصرف‌کننده (R).

جریانِ متناوبِ سیم‌پیچِ اولیه یک شارِّ مغناطیسی متغیر با زمان، $\phi_B(t)$، را در هسته‌ی آهنی القا می‌کند. به دلیل وجود هسته آهنی می‌توان فرض کرد که تمام این شارِّ مغناطیسی از سیم‌پیچ ثانویه نیز می‌گذرد (مبدّلِ آرمانی). بنابراین بر اساس قانون القاء فارادی (به مقدمه آزمایش شماره شش، مطالعه قانون القاء فارادی، مراجعه کنید) نیرومحرکه‌ی القایی در هر حلقه از سیم‌پیچ اولیه و ثانویه یکسان است:

$$\text{نیرومحرکه‌ی القایی در هر حلقه‌ی ثانویه} = \left|-\frac{d\phi_B}{dt}\right|_1 = \left|-\frac{d\phi_B}{dt}\right|_2 = \text{نیرومحرکه‌ی القایی در هر حلقه‌ی اولیه} \qquad (۱)$$

اگر اختلاف پتانسیل کل در سیم پیچ اولیه و ثانویه را، به ترتیب، با V_P و V_S نشان دهیم از رابطه‌ی بالا و اینکه حلقه‌ها در هر سیم‌پیچ پشت سرِ هم (سِری) هستند خواهیم داشت:

$$\frac{V_P}{N_P} = \frac{V_S}{N_S} \quad \Rightarrow \quad \frac{V_S}{V_P} = \frac{N_S}{N_P} \qquad (۲)$$

اگر $N_S \rangle N_P$، مبدّل را افزاینده (در این حالت $V_S \rangle V_P$) و چنانچه $N_S \langle N_P$، مبدّل را کاهنده (در این حالت $V_S \langle V_P$) می‌نامند.

اگر از هسته‌ی آهنی استفاده نشود در این صورت شار مغناطیسی‌ای که سیم‌پیچ اولیه ایجاد می‌کند به طور کامل از سیم‌پیچِ ثانویه عبور نخواهد کرد و تساوی رابطه‌ی (۱) به یک نامساوی تبدیل خواهد شد. در این صورت اختلاف پتانسیل القائی در ثانویه (V_S) کوچک‌تر از آن‌چه که رابطه‌ی (۲) بیان می‌کند خواهد بود.

اگر کلید S را در شکل(۱) ببندیم مبدل حالت کاربردی‌تری پیدا می کند. در حالت کلی، بار (مصرف کننده) می‌تواند شامل عناصر القایی و خازنی نیز باشد. در این جا توجه ما بر روی بارِ مقاومتی خالص است. برای یک مبدلِ آرمانی (بدون انواع

اتلافِ شارّ مغناطیسی و انرژی: از مدرس آزمایشگاه توضیح بخواهید) با بارِ مقاومتی R می‌توان توان اولیه (P_P) را برابر با توان ثانویه (P_S) در نظر گرفت و رابطه زیر را نوشت:

$$P_p = P_s \quad \Rightarrow \quad V_P.I_P = V_S.I_S \qquad (۳)$$

از آن‌جایی که رابطه‌ی (۲) ارتباطی به بسته یا باز بودن کلید S ندارد، با ترکیب روابط (۲) و (۳) می‌توانیم بنویسیم:

$$N_P.I_P = N_S.I_S \qquad \Rightarrow \qquad \frac{I_S}{I_P} = \frac{N_P}{N_S} \qquad (۴)$$

رابطه(۴) بیانگر رابطه‌ی جریان در یک مبدل است. اگر مبدل آرمانی نباشد می‌توان نسبت $\eta = \frac{P_S}{P_P}$ را به عنوان بازده‌ی مبدل تعریف کرد.

در این آزمایش می‌خواهیم اساس کار مبدل‌ها را با مطالعه اهمیت وجود هسته آهنی و تحقیق روابط (۲) و (۴) بررسی کنیم.

ابزار و وسایل مورد نیاز: چند سیم‌پیچ با تعداد دور متفاوت (یا دو سیم‌پیچ با تعداد دورِ قابل تغییر)، هسته‌ی آهنی حلقه-ای، منبع تغذیه‌ی AC، ولت‌سنج، آمپرسنج، رئوستا، سه مقاومت کربنی کوچکتر از ۱۰۰ اهم، و تعدادی سیم رابط.

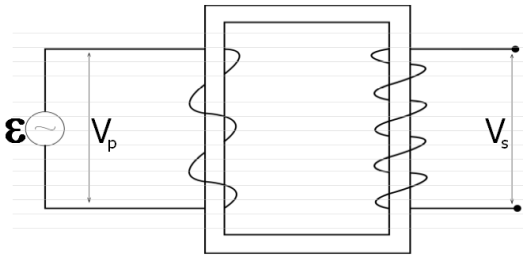
مراحل انجام آزمایش:

الف) هسته‌ی آهنی به صورت یک حلقه بسته

۱) دو سیم پیچ باتعداد دور متفاوت انتخاب کرده (دسته اول) و هسته‌ی آهنی را درون آن‌ها قرار دهید. حلقه‌ی هسته‌ی آهنی را کامل کنید و یک حلقه (قاب) بسته بسازید. منبع تغذیه AC را به یکی از آن دو (به عنوان سیم‌پیچ اولیه) متصل کنید، شکل (۲) را ببندید. در حالت "مدار ثانویه باز" با اندازه‌گیری‌های لازم ردیفِ 'انتخاب اول' از 'دسته اول' از جدول(۱) را کامل کنید: با تغییرِ V_P، حداقل چهار اندازه‌گیری برای مقدارِ V_S انجام دهید.

توجه

- اگر نیرومحرکه منبع تغذیه قابل تغییر نیست از یک رئوستا در مدارِ سیم‌پیچِ اولیه برای تغییر ولتاژ، استفاده کنید.
- V_P را در حالتی که منبع تغذیه به سیم‌پیچ متصل است اندازه‌گیری کنید.
- با توجه به بزرگ بودنِ مقاومتِ داخلی یک ولت‌سنج، اندازه‌گیری اختلاف پتانسیل V_S با یک ولت‌سنج، فرضِ مدارِ ثانویه باز را با تقریبِ خوبی حفظ می‌کند.



شکل(۲). مبدل با هسته‌ی آهنی بسته و مدار ثانویه باز.

۲) حال منبع تغذیه را به سیم‌پیچ دوم متصل کنید (یا جای اولیه و ثانویه را با هم عوض کنید). مشابه با بند(۱)، با اندازه-گیری‌های لازم ردیفِ 'انتخاب دوم' از 'دسته اول' از جدول(۱) را کامل کنید: با تغییرِ V_P، حداقل چهار اندازه‌گیری برای مقدارِ V_S انجام دهید.

۳) مشابه با بندهای (۱) و (۲)، با دو سیم‌پیچ دیگر با تعداد دورهای یکسان به عنوان 'دسته دوم' و اندازه‌گیری‌های لازم، ردیف 'دسته دوم' از جدول(۱) را کامل کنید: با تغییرِ V_P، حداقل چهار اندازه‌گیری برای مقدارِ V_S انجام دهید.

جدول(۱). اندازه‌گیری‌های مبدل با هسته آهنی بسته و مدار ثانویه باز.

		N_P	V_P (mV)	N_S	V_S (mV)	$\frac{N_S}{N_P}$	$\frac{V_S}{V_P}$
دسته اول	انتخاب اول						
	انتخاب دوم						
دسته دوم							

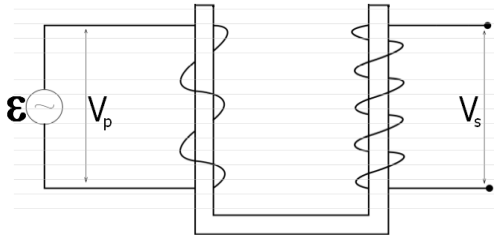
ب) هسته‌ی آهنی باز یا بدون هسته‌ی آهنی

در مرحله (الف) دو دسته سیم‌پیچ دوتایی انتخاب کردید. سیم‌پیچ‌های یکی از این دو دسته را برای ساختنِ یک "مبدل کاهنده"، دوباره انتخاب کنید. بندهای (۱) و (۲) از مرحله (الف) را برای مدار ثانویه باز در حالتهای زیر تکرار کنید و نتایج را در جدول(۲) ثبت کنید. در این مرحله نیز با تغییرِ V_P، حداقل چهار اندازه‌گیری برای مقدارِ V_S انجام دهید.

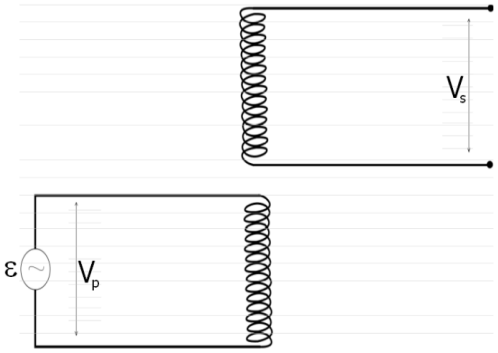
حالت اول: حلقه‌ی هسته‌ی آهنی بسته نباشد، شکل(۳).

حالت دوم: از هسته‌ی آهنی استفاده نشود ولی دوسیم پیچ در امتداد یکدیگر قرار داده شوند، شکل(۴).

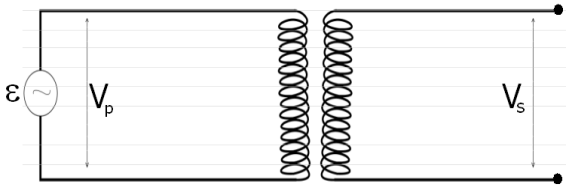
- اگر از هسته‌ی آهنی استفاده نشود ولی دو سیم پیچ کنار یکدیگر قرار داده شوند، مطابق شکل(۵)، توضیح دهید که انتظار دارید در نتایج اندازه‌گیری‌هایی مشابه با *حالت دوم* چه تغییری حاصل شود؟ در گزارش‌کار خود پاسخ دهید.



شکل(۳). مبدل با هسته‌ی آهنی باز و مدار ثانویه باز



شکل(۴). مبدل بدون هسته‌ی آهنی و مدار ثانویه باز. دو سیم‌پیچ در امتداد هم.



شکل(۵). مبدل بدون هسته‌ی آهنی و مدار ثانویه باز. دو سیم‌پیچ در کنار هم.

ج) مدار ثانویه بسته (اتصال کوتاه)

دو سیم‌پیچِ مرحله(ب) را انتخاب کنید و یک مبدل کاهنده با هسته‌ی آهنی کامل (حلقه آهنی بسته) بسازید. برای مدارِ ثانویه به صورت اتصال کوتاه (فقط آمپرسنج در مدار ثانویه باید قرار گیرد) با تغییرِ V_P، حداقل چهار اندازه‌گیری برای مقادیرِ V_S، I_P و I_S انجام دهید.

توجه:

- ❖ در حالتی که V_S و V_P را اندازه می‌گیرید کلید مدارِ ثانویه با وجودِ بارِ مقاومتی بسته باشد.
- ❖ اگر از دو آمپرسنج که همواره در مدار اولیه و ثانویه قرار دارند استفاده شود، بهتر است.

خواسته‌ها

- با توجه به نتایج ثبت شده در جدول(۱) دو ستون آخر آن را کامل و درستی رابطه(۲) را تحقیق کنید. نمودار V_S را بر حسب V_P در یک برگه ترسیم میلی‌متری رسم کنید (هر سه نمودار در یک برگه ترسیم). انتظار دارید که این نمودارها چه شکلی داشته باشند؟ چگونه با استفاده از این نمودارها می‌توان درستی رابطه(۲) را تحقیق کرد؟
- با توجه به نتایج ثبت شده در جدول(۲)، رابطه(۲) را تحقیق کنید. آیا این انتظار برآورده می‌شود؟ در مورد تأثیرِ وجودِ هسته‌ی آهنی و وضعیت نسبی سیم‌پیچ‌ها در عمل‌کردِ یک مبدل چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟ علت را توضیح دهید.
- با توجه به نتایج ثبت شده در جدول(۳)، رابطه(۲) را تحقیق کنید. آیا این انتظار برآورده می‌شود؟
- با توجه به نتایج ثبت شده در جدول(۳)، رابطه(۴) را تحقیق کنید. آیا این انتظار برآورده می‌شود؟

- اثر مقاومت داخلی آمپرسنج را در مدار ثانویه اتصال کوتاه، بر درستی فرض اتصال کوتاه بودنِ مدار ثانویه توضیح دهید.

جدول(۲). اندازه‌گیری‌های مبدل کاهنده با هسته‌ی آهنی باز یا بدون هسته‌ی آهنی و مدار ثانویه باز.

	N_P	V_P (mV)	N_S	V_S (mV)	$\frac{N_S}{N_P}$	$\frac{V_S}{V_P}$
حالت اول: حلقه‌ی هسته آهنی بسته نباشد. شکل(۳)						
حالت دوم: از هسته آهنی استفاده نشود ولی دوسیم پیچ در امتداد یکدیگر قرار داده شوند. شکل(۴)						

جدول (۳). اندازه‌گیری‌های مبدل با هسته‌ی آهنی کامل (حلقه بسته) و مدار ثانویه اتصال کوتاه.

	N_P	V_P (mV)	I_P (mA)	N_S	V_S (mV)	I_S (mA)	$P_P = V_P.I_P$	$P_S = V_S.I_S$	$\eta = \frac{P_S}{P_P}$
مدار ثانویه اتصال کوتاه (فقط آمپرسنج)									

آزمایش شماره‌ی هشت

مطالعه‌ی پُر و خالی شدنِ خازن در مدارِ RC جریان مستقیم

عصر الکترونیک بدون استفاده از خازن‌ها نمی‌توانست وجود داشته باشد. خازن متشکل از دو رسانای عایق بندی شده است که دارای بارهای مخالف‌اند به طوری که بار کل خازن صفر است. از خازن‌ها می‌توان جهت ایجاد میدان‌های الکتریکی برای کاربردهای مختلف استفاده کرد یا به عنوان وسیله‌ای جهت ذخیره‌ی انرژی در مدارهای الکترونیکی قرارشان داد. هر خازن ظرفیتی برای ذخیره‌ی انرژی دارد که به شکل رساناها، محل نسبی آن‌ها و نیز به محیطی که رساناها در آن قرار دارند بستگی دارد. ظرفیت یک خازن، C، به صورت $C=q/V$ تعریف می‌شود که در آن q قدر مطلق بار هر رسانا (بار خازن) و V اختلاف پتانسیل بین دو رسانا است. واحد ظرفیتِ خازن، *کولن بر ولت* است که به آن فاراد می‌گویند، $1\frac{C}{V}=1F$.

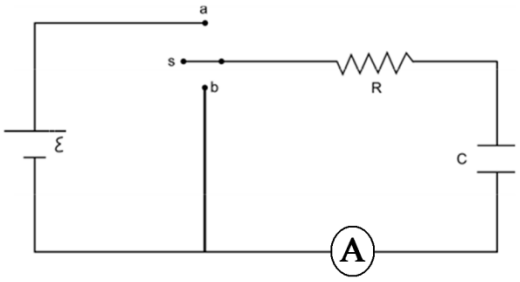
مدار پُر شدن خازن: مداری مطابق شکل(۱) در نظر بگیرید. با بستن کلید در حالت a، مولد می‌تواند انرژی در خازن ذخیره کند. در اصطلاح می‌گویند خازن باردار می‌شود (پُر می شود). در این حالت می‌توان نشان داد که بار خازن به صورت زیر با زمان افزایش می‌یابد:

$$q = C\varepsilon(1-e^{\frac{-t}{RC}}) \qquad (۱)$$

از رابطه(۱) و نیز تعریف ظرفیت خازن می‌توان افزایشِ اختلاف پتانسیل دو سرِ خازن را با زمان به صورت زیر نوشت:

$$V_C = \varepsilon(1-e^{\frac{-t}{RC}}) \qquad (۲)$$

کمیتِ $\tau = RC$ دارای بُعدِ زمان است که به آن ثابتِ زمانی مدارِ خازنی گفته می‌شود. بر اساس رابطه(۱) و می‌توان ثابت زمانی را به این صورت تعریف کرد: *این زمان* ($t = RC$)، *مدت زمانی است که طی آن بار خازن به تقریباً ۰٫۶۳ مقدار حالت نهایی‌اش می رسد*: ($q(t=RC) \approx (1-e^{-1})C\varepsilon = 0.63C\varepsilon$). شکل (۲) را نیز ببینید.



شکل(۱). مدارِ پُر و خالی شدنِ خازن، مدارِ RC جریان مستقیم.

از آن‌جایی که جریان الکتریکی مدار به صورتِ $I = \frac{dq}{dt}$ تعریف می‌شود برای جریان مدار در حالت پُر شدنِ خازن، رابطه(۳) را می‌توان به‌دست آورد:

$$I = \frac{\varepsilon}{R}e^{\frac{-t}{RC}} . \qquad (۳)$$

مدار خالی شدن خازن: فرض کنید کلید s در وضعیت a قرار داشته باشد و خازن کاملاً پُر شده باشد. حال اگر کلید را به حالت b تغییر دهیم باتری از مدار خارج شده خازن در حالت خالی شدن قرار می‌گیرد و انرژی آن در مقاومتِ اُهمی مدار مصرف می‌شود. در این حالت نیز می‌توان نشان داد که بارِ خازن با زمان به صورت رابطه(۴) تغییر می‌کند (کاهش می‌یابد):

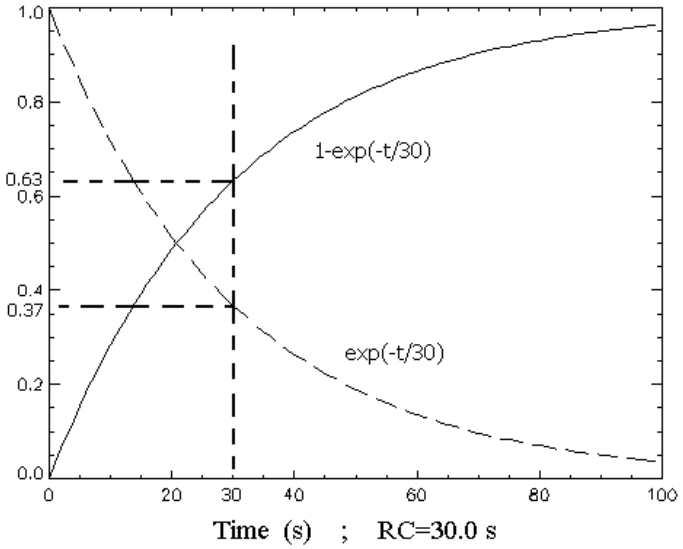
$$q = q_0 e^{\frac{-t}{RC}} \qquad (۴)$$

که در آن q_0 مقدار بار اولیه‌یِ خازن است. تغییرات اختلاف پتانسیل دو سر خازن و نیز جریان مدار با زمان نیز در حالت خالی شدنِ خازن به ترتیب به صورت روابط (۵) و (۶) به‌دست می‌آیند:

$$V = \frac{q_0}{C} e^{\frac{-t}{RC}} \qquad (۵)$$

$$I = \frac{q_0}{RC} e^{\frac{-t}{RC}} \qquad (۶)$$

بر اساس رابطه‌ی(۴) ثابتِ زمانی ($\tau = RC$) را می‌توان به صورتِ دیگری نیز تعریف کرد: *مدت زمانی که طول می‌کشد تا بار خازن در حال تخلیه (خالی شدن) تقریباً به ۰٫۳۷ مقدارِ اولیه‌اش برسد* ($q(t = RC) \approx q_0\, e^{-1} = 0.37\, q_0$). شکل(۲) منحنی تغییرات ولتاژ دو سر یک خازن، V_C، را در حالت باردار شدن با توجه به رابطه(۲) با فرض $\varepsilon = 1$ و منحنی تغییرات جریان مدار در حالت باردار شدن با توجه به رابطه(۳) با فرض $\frac{\varepsilon}{R} = 1$ برای $RC = 30\ \text{sec}$ نشان می‌دهد. توجه داشته باشید که نمودار تغییرات ولتاژ و جریان یک خازن در حالت خالی شدن، روابط(۵) و (۶)، شبیه به منحنی تغییرات جریان خازن در حالت خالی شدن، رابطه(۳)، است.



شکل(۲). منحنی ممتد: منحنی تغییرات ولتاژ دو سر یک خازن، V_C، را در حالت باردار شدن با توجه به رابطه(۲) با فرض $\varepsilon = 1$. منحنی خط‌چین: منحنی تغییرات جریان مدار در حالت باردار شدن با توجه به رابطه(۳) با فرض $\frac{\varepsilon}{R} = 1$ برای $RC = 30\ \text{sec}$ نشان می‌دهد.

در این آزمایش می‌خواهیم پُر و خالی شدنِ خازن را در مدار RC جریان مستقیم مطالعه کنیم. در این مطالعه وابستگی سرعتِ پُر و خالی شدنِ خازن به مقدارِ مقاومت اهمی مدار و اندازه‌ی ظرفیت خازن بررسی می‌شود. همچنین با اندازه‌گیری تغییرات اختلاف پتانسیل دو سرِ خازن یا جریان مدار با زمان، *ثابت‌زمانی* مدارِ خازنی را اندازه می‌گیریم.

ابزار و وسایل مورد نیاز: منبع تغذیه‌ی DC، چند مقاومت کربنی از مرتبه مگا اُهم، چند خازن معمولی، دو خازن استوانه-ای، ولت‌سنجِ عقربه‌ای و رقمی، آمپرسنج رقمی، زمان‌سنج، تعدادی سیم رابط و کلید قطع و وصل.

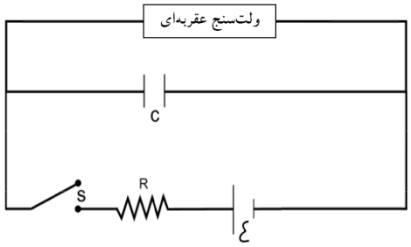
مراحل انجام آزمایش

الف) وابستگی سرعتِ پُر و خالی شدن خازن به مقاومت مدار.

سه مقاومت از حدود $100\ k\Omega$ تا $10\ M\Omega$ و یک خازن به ظرفیت حدود $10\ \mu F$ تا $100\ \mu F$ انتخاب کنید. خازن را با هر یک از مقاومت‌های انتخابی (از کوچک‌تر به بزرگ‌تر) به طور جداگانه در مداری مطابق شکل(۳) قرار دهید. برای

نیرومحرکه‌ی مولد (باتری) مقداری مناسب انتخاب کنید. با استفاده از یک ولت‌سنج (بهتر است عقربه‌ای باشد که با مشاهده سرعتِ حرکتِ عقربه) سرعتِ پُر شدنِ خازن را به طور کیفی مشاهده کنید و نتیجه را در جدول(۱) ثبت کنید.

توجه: برای ولت‌سنج، مناسب‌ترین « برد و بازه تغییرات» را انتخاب کنید. در صورت نیاز به تکرارِ هر مرحله از آزمایش، دو سرِ خازن را با یک سیمِ رابط به هم وصل کنید تا از خالی بودن آن مطمئن شوید.



شکل(۳). مدار ساده خازنی، RC جریان مستقیم.

جدول(۱). وابستگی سرعتِ پُر و خالی شدن خازن به مقاومت مدار.

$C=\ldots$	$R_1=\ldots$	$R_2=\ldots$	$R_3=\ldots$
ثابت زمانی (s)			
سرعتِ پُرشدن (کیفی)	سریع - متوسط - کُند	سریع - متوسط- کُند	سریع - متوسط- کُند

- با توجه به رابطه‌ی(۲) و تعریفِ ثابت‌زمانی چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟ نتیجه را در گزارش‌کار خود بنویسید.

ب) وابستگی سرعتِ پُر و خالی شدنِ خازن به ظرفیت خازن.

سه خازن با ظرفیت‌هایی از حدودِ $10\ \mu F$ تا حدودِ $1000\ \mu F$ و یک مقاومتِ اُهمی از مرتبه بزرگی مگااُهم انتخاب کنید. مقاومت را با هر یک از خازن‌های انتخابی (از ظرفیت کوچک‌تر به بزرگ‌تر) به طور جداگانه در مداری مطابق شکل(۳) قرار دهید. با انتخاب مقداری مناسب برای نیرومحرکه‌ی مولد (باتری)، مشابه مرحله (الف)، سرعت پر شدن خازن را به طور کیفی در جدول(۲) ثبت کنید. نکات عملی مرحله‌ی (الف) را رعایت کنید.

- با توجه به رابطه‌ی(۲) و تعریفِ ثابت زمانی چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟ آن را در گزارش‌کار خود بنویسید.

جدول(۲). وابستگی سرعتِ پُر و خالی شدنِ خازن به ظرفیت خازن.

$R=\ldots$	$C_1=\ldots$	$C_2=\ldots$	$C_3=\ldots$
ثابت زمانی (s)			
سرعتِ پُر شدن (کیفی)	سریع - متوسط - کُند	سریع - متوسط- کُند	سریع - متوسط- کُند

ج) استفاده از آزمایشِ پُر شدن خازن برای اندازه‌گیری ثابت زمانی مدار خازنی، ظرفیت یک خازن و یا مقدار مقاومتی مجهول.

۱) مدار شکل(۱) را با انتخاب یک خازن و یک مقاومت کامل کنید، به طوری‌که ثابت زمانی مدار بزرگ‌تر از ۳۰ ثانیه باشد. مقداری مناسب برای نیرومحرکه‌ی مولد (باتری) انتخاب کنید. با اتصال کلید در حالتِ a، زمان‌سنج را به کار اندازید و با استفاده از یک آمپرسنج رقمی جریان خازن را برحسب زمان، تا حداقل سه برابرِ ثابت زمانی، در جدول(۳) یادداشت کنید. ممکن است نیاز باشد که ستون‌های این جدول را برای کامل شدنِ اندازه‌گیری‌تان افزایش دهید.

❖ جریان مدار با توجه به بزرگ بودنِ مقاومت مدار از مرتبه میکروآمپر است.

❖ قبل از اتصال کلید، دو سرِ خازن را با یک سیم رابط به هم وصل کنید تا از خالی بودن آن مطمئن شوید.

❖ ممکن است تغییرات جریان مدار در ابتدا سریع باشد که با گذشت زمان کُند می‌شود. پس ابتدا خواندنِ جریان را مثلاً هر ۱۰ ثانیه انجام دهید و با گذشت زمان این بازه زمانی را طولانی‌تر کنید.

توجه: پس از اتمامِ اندازه‌گیری به مدار دست نزنید (مدار را از حالتِ a خارج نکنید) و مرحله‌ی بعد را انجام دهید.

جدول(۳). جریان خازن برحسب زمان در مدارِ پُر شدن، $C = \quad \mu F$ ، $R = \quad M\Omega$ ، $\varepsilon = \quad V$.

زمان (s)												
جریان (μA)												
زمان (s)												
جریان (μA)												

۲) حال که خازن تقریباً پر شده است می‌خواهیم تغییرات جریان خازن را در حالت خالی شدن یادداشت کنیم. برای این کار زمان‌سنج را صفر کنید. اگر کلید را در حالت b قرار دهید منبع تغذیه از مدار خارج می‌شود و مدار تخلیه خازن تشکیل می‌شود. لذا ***همزمان*** با اتصالِ کلید در حالتِ b، زمان‌سنج را به کار اندازید و جریان خازن را بر حسب زمان، تا حداقل سه برابرِ ثابت زمانی، در جدول(۴) یادداشت کنید. ممکن است نیاز باشد که ستون‌های این جدول را برای کامل شدنِ اندازه‌گیری‌تان افزایش دهید.

جدول(۴). جریان خازن برحسب زمان در مدارِ خالی شدن، $C = \quad \mu F$ ، $R = \quad M\Omega$ ، $\varepsilon = \quad V$.

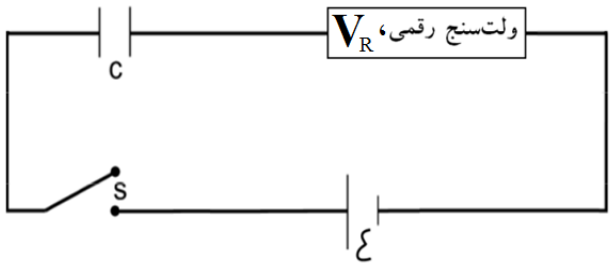
زمان (s)												
جریان (μA)												
زمان (s)												
جریان (μA)												

خواسته‌ها

- در دو برگه‌ی میلی‌متری نمودار جریان خازن را بر حسب زمان در دو حالت پر شدن و خالی شدن، به طور جداگانه، رسم کنید. این نمودارها باید تغییرات نمایی جریان را بر حسب زمان نشان دهند، روابط(۳) و (۶) و نیز شکل(۲) را ببینید. با توجه به تعریف ثابت زمانی مدار خازنی از روی دو نموداری که رسم کرده‌اید ثابت زمانی مدار را به دست آورید، شکل(۲) را ببینید. درصد خطای نسبی اندازه‌گیری‌تان را محاسبه کنید.
- حال در دو برگه‌ی نیمه لگاریتمی، نمودار جریان خازن را بر حسب زمان در دو حالت پُر و خالی شدن، به طور جداگانه، رسم کنید. در هر حالت باید یک خط راست به دست آید (بهترین خط راست رسم شود). با توجه به این دو خط راست (با محاسبه شیب خطوط رسم شده)، ثابت زمانی مدار را به دست آورید. درصدِ خطای نسبی اندازه‌گیری‌تان را محاسبه کنید.

- با توجه به نتیجه بند قبل، اگر بنا به فرض مقدار مقاومتِ بکار رفته در مدار، مجهول باشد با استفاده از مقدارِ اندازه-گیری شده‌ی ثابت‌زمانی در دو حالتِ پُر و خالی شدن، مقدار مقاومت و درصد خطای نسبی آن را بیابید. مقدار مقاومتِ آمپرسنج چه تأثیری در این اندازه‌گیری (یافتن مقدارِ مقاومتِ مجهول) دارد؟

۳) مدارِ شکل(۴) را با همان خازنِ مورد استفاده در دو مرحله قبل کامل کنید. مقداری مناسب برای نیرومحرکه‌ی مولد (باتری) انتخاب کنید. همزمان با اتصالِ کلید، زمان‌سنج را به کار اندازید و عددی را که ولت‌سنج نشان می‌دهد بر حسبِ زمان، تا حداقل سه برابرِ ثابت زمانی، در جدول(۵) یادداشت کنید. ممکن است نیاز باشد که ستون‌های این جدول را برای کامل شدنِ اندازه‌گیری‌تان افزایش دهید. در ابتدا از خالی بودنِ خازن مطمئن شوید.



شکل(۴). مدار RC برای اندازه گیری مقاومت داخلی ولت‌سنج.

خواسته‌ها

- با استفاده از قانون حلقه از قوانین کیرشهف و رابطه (۲) یا از رابطه (۳) به تنهایی، عددی را که ولت‌سنج نشان می‌دهد به صورت تابعی از زمان به‌دست آورید. بیان کنید که ولت‌سنج اندازه‌ی چه کمیتی را نشان می‌دهد؟

راهنمایی: در مدارِ شکل(۴) مقاومتِ داخلی ولت‌سنج همان نقشِ مقاومت R در مدارِ شکل(۳) را دارد. با توجه به قانون حلقه کیرشهوف، $\varepsilon - V_C - V_R = 0$، و رابطه(۲) بدست می‌آوریم: $V_R = \varepsilon.e^{\frac{-t}{RC}}$. از مدرس آزمایشگاه نیز راهنمایی بخواهید.

- در یک برگه‌ی نیمه لگاریتمی و با استفاده از مقادیر ثبت شده در جدول(۵)، نمودارِ تغییراتِ زمانی کمیتِ اندازه‌گیری شده را رسم کنید و با محاسبه شیب خط رسم شده، مقاومت داخلی ولت‌سنج را به دست آورید.

جدول(۵). عددی که ولت‌سنج در مدار شکل(۴) برحسب زمان نشان می‌دهد.

زمان (s)												
عددی که ولت‌سنج نشان می‌دهد (V)												
زمان (s)												
عددی که ولت‌سنج نشان می‌دهد (V)												

آزمایش شماره‌ی نُه

مطالعه‌ی مقاومت ظاهری خازن و القاگر، به ترتیب، در مدارRC و RL جریان متناوب

بخش اول: مدار RC جریان متناوب

در مقدمه‌ی آزمایش شماره‌ی هشت خازن معرفی شده است. مهم‌ترین کاربرد خازن‌ها در جریان‌های متناوب است. می‌توان نشان داد که خازن‌ها در مدارهای جریان متناوب از خود مقاومتی ظاهری نشان می‌دهند که به صورت رابطه‌ی(۱) به ظرفیت خازن و بسامد جریان مدار بستگی دارد.

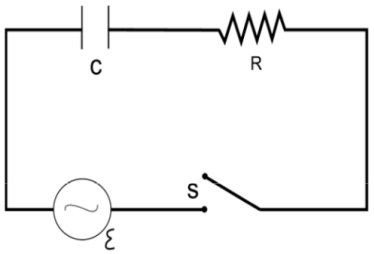
$$X_C = \frac{1}{2\pi f}.\frac{1}{C} \qquad (۱)$$

که در آن X_C مقاومت ظاهری خازن (Capacitive Reactance)، f بسامد جریان و C ظرفیت خازن است. در دستگاه یکاهای SI اگر C بر حسب فاراد و f بر حسب عکسِ ثانیه (هرتز: Hz) بیان شود واحدِ X_C اُهم خواهد بود.

مقاومت ظاهری یک مقاومت کربنی در جریان متناوب همان مقدار مقاومت در جریان مستقیم، R، است. اگر یک مقاومت کربنی با یک خازن سری شده باشد (شکل(۱) را ببینید) مقاومت معادل این دو، Z، از رابطه‌ی(۲) به‌دست می‌آید:

$$Z = \sqrt{R^2 + X_C^2} \qquad (۲)$$

به Z مقاومت ظاهری معادل (Impedance) نیز می‌گویند.



شکل(۱). مدارِ RC جریان متناوب، $\omega = 2\pi f$, $\varepsilon = \varepsilon_m \sin(\omega t)$.

ابزارهایی چون ولت‌سنج و آمپرسنج در جریان‌های متناوب به ترتیب ریشه‌ی میانگینِ V^2 و I^2 را اندازه می‌گیرند. این ریشه‌ی میانگینِ مربعات (Root Mean Square: rms) را، به ترتیب با V_{rms} و I_{rms} نشان می‌دهند. می‌توان نشان داد که این مقادیر، در مداری با یک مولدِ متناوب با نیرومحرکه‌ی سینوسی، $\varepsilon = \varepsilon_m \sin(\omega t)$، به صورت زیر است:

$$I_{rms} = \frac{I_m}{\sqrt{2}} \quad و \quad V_{rms} = \frac{V_m}{\sqrt{2}} \qquad (۳)$$

که در آن V_m و I_m، به ترتیب، دامنه (بیشینه) تغییراتِ اختلاف پتانسیل و جریان است.

بین سه کمیتِ دامنه جریان عبوری (I_m)، مقاومت ظاهری خازن (X_C) و اختلاف پتانسیل بیشینه‌ی دو سرِ آن (دامنه‌ی اختلاف پتانسیل، V_m) رابطه(۴) برقرار است:

$$V_m = X_C . I_m \qquad (۴)$$

رابطه (۴) برای مقاومت ظاهری معادل نیز صحیح است. لذا می‌توان نوشت:

$$V_{Z,m} = Z.I_m \quad , \quad V_{Z,m} = \varepsilon_m \qquad (۵)$$

بدیهی است که روابط (۴) و (۵) برای ریشه‌ی میانگینِ مربعات کمیتها، عددی که آمپرسنج/ولت‌سنج نشان می‌دهند، نیز صادق هستند.

در بخش اول این آزمایش می‌خواهیم در مدار RC جریان متناوب، وابستگی مقاومت ظاهری یک خازن (X_C) و نیز مقاومت ظاهری کل مدار (Z) را با بسامد منبع تغذیه مطالعه و تحقیق کنیم.

ابزار و وسایل مورد نیاز مدار RC: خازن، مقاومت کربنی، منبع تغذیه‌ی AC با بسامدِ قابل تنظیم، بسامدسنج، آمپرسنج و ولت‌سنجِ جریان متناوب و چند سیم رابط.

مراحل انجام آزمایش

الف) تغییرات مقاومت ظاهری عناصر، در مدار RC جریان متناوب

مدار ساده‌ای شامل یک منبع تغذیه‌ی متناوب، یک خازن و یک مقاومتِ کربنی به صورت سری، مطابق شکل(۱)، ببندید.

راهنمایی: مقدار ظرفیت خازن و مقاومت اهمی را طوری انتخاب کنید که در بازه بسامد انتخابی (از مرتبه کیلوهرتز) بسامدی داشته باشیم که برای آن $X_C = R$. به عنوان مثال با انتخاب مقاومت $1\,k\Omega$ و خازن $0.1\,\mu F$ در بسامد $1.6\,k\,Hz$ داریم: $X_C \approx R$.

با انتخاب حداقل پنج مقدارِ مختلف برای بسامدِ منبع تغذیه (با کارشناس یا مدرسِ آزمایشگاه مشورت کنید)، جریان مدار، I، اختلاف پتانسیل دو سر خازن، V_C، اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت اهمی، V_R، و اختلاف پتانسیل کل، V_Z، را اندازه‌گیری کنید و در جدول(۱) ثبت کنید. واحد کمیت‌ها را یادداشت کنید تا فراموش نکنید.

توجه:

- برای اولین بسامد همه‌ی کمیت‌های خواسته شده اندازه‌گیری شود، سپس بسامد تغییر داده شود و همان کمیت‌ها برای بسامد جدید اندازه‌گیری و ثبت شود.
- جریان و اختلاف پتانسیل‌هایی را که با آمپرسنج و ولت‌سنجِ جریان متناوب اندازه گرفته‌اید همان مقادیرِ ریشه‌ی میانگینِ مربعاتِ (*rms*) آن کمّیت‌ها هستند که برای سادگی اندیسِ *rms* را در جدول(۱) حذف کرده‌ایم.

جدول(۱). مقاومت ظاهری عناصر در مدار RC جریان متناوب.

بسامد f (kHz)	I	V_C	V_R	V_Z	$X_C = \frac{1}{2\pi fC}$	$X_C = \frac{V_C}{I}$	$R = \frac{V_R}{I}$	$Z = \sqrt{R^2 + \frac{1}{4\pi^2 f^2 C^2}}$	$Z = \frac{V_Z}{I}$

خواسته‌ها

- مقادیر اندازه‌گیری شده را برای محاسبه‌ی کمیت‌های دیگرِ خواسته شده در جدول(۱) به کار ببرید و آن را کامل کنید. تمام مقاومتها را بر حسب اهم در جدول(۱) ثبت کنید. کدام‌یک از مقادیرِ مقاومتها (ستون‌های هفتم، هشتم و دهم) با بسامد تغییر می‌کند؟

- یک ستون به جدول(۱) اضافه کنید و مقادیرِ $\frac{1}{f}$ را در آن ثبت کنید. در یک برگه‌ی میلی‌متری مقادیرِ اندازه‌گیری شده‌ی X_C (ستون هفتمِ جدول(۱): $X_C = \frac{V_C}{I}$) را برحسب عکس بسامدِ جریان مدار ($\frac{1}{f}$) رسم کنید. این نمودار چه شکلی باید داشته باشد؟ با توجه به نمودار رسم شده ظرفیت خازن مدار را به دست آورید. درصد خطای نسبی آن را گزارش کنید.
- دو ستون دیگر به جدول(۱) اضافه کنید (و یا جدولی دیگر رسم کنید) و مقادیر Z^2 و $\frac{1}{f^2}$ را در آن وارد و ثبت کنید. برای محاسبه‌ی Z^2 از مقادیر اندازه‌گیری شده‌ی Z (ستون دهم، $Z = \frac{V_Z}{I}$) استفاده کنید. در یک برگه‌ی میلی‌متری Z^2 را برحسب $\frac{1}{f^2}$ رسم کنید. این نمودار چه شکلی باید داشته باشد؟ با توجه به نمودار رسم شده ظرفیت خازن و مقدارِ مقاومتِ R را به دست آورید. درصد خطای نسبی آن‌ها را نیز گزارش کنید.
- بدون استفاده از نمودار رسم شده و با استفاده از روش "کمترین مربعات" که در بخش (۲-۳) از فصل "آشنایی با خطاهای اندازه‌گیری، تحلیل داده‌ها و گزارش‌نویسی" معرفی شده است، شیب و عرض از مبدأ خطِ معرفِ Z^2 برحسب $\frac{1}{f^2}$ را به دست آورید.

ب) اندازه‌گیری ظرفیت معادل خازن‌های موازی

همانند مرحله‌ی (الف) مداری ببندید. ولی این بار به جای یک خازن، دو خازن در حالتِ موازی قرار دهید. با انتخابِ حداقل پنج مقدارِ مختلف برای بسامدِ منبع تغذیه (با کارشناس یا مدرسِ آزمایشگاه مشورت کنید)، و اندازه‌گیری‌هایی مشابه مرحله‌ی (الف)، جدول(۲) را کامل کنید. منظور از C در جدول(۲) ظرفیت خازن معادل است.

جدول(۲). اندازه‌گیری‌های مربوط به ظرفیت معادل خازن‌های موازی.

بسامد f (kHz)	I	V_C	V_R	V_Z	$X_C = \frac{1}{2\pi fC}$	$X_C = \frac{V_C}{I}$	$R = \frac{V_R}{I}$	$Z = \sqrt{R^2 + \frac{1}{4\pi^2 f^2 C^2}}$	$Z = \frac{V_Z}{I}$

خواسته‌ها

- یک ستون به جدول(۲) اضافه کنید و مقادیرِ $\frac{1}{f}$ را در آن ثبت کنید. در یک برگه‌ی میلی‌متری مقادیرِ اندازه‌گیری شده‌ی X_C (ستون هفتمِ جدول(۲): $X_C = \frac{V_C}{I}$) را برحسب عکس بسامدِ جریان مدار ($\frac{1}{f}$) رسم کنید. این نمودار چه شکلی باید داشته باشد؟ با توجه به نمودار رسم شده ظرفیت خازن معادل را به دست آورید. درصد خطای نسبی مقدار اندازه‌گیری شده را با مقداری که از رابطه نظری ظرفیت معادلِ خازن‌های موازی محاسبه می‌کنید، گزارش کنید.

بخش دوم: مدار RL جریان متناوب

همان طور که در مقدمه بخش اول آمده است خازن جرئی از مدار است که انرژی ذخیره می‌کند. در واقع این انرژی در میدان الکتریکی حاصل از خازن ذخیره می‌شود. "القاگر" که می‌تواند یک سیم‌پیچ، یک سیم‌لوله و ... باشد، نیز جزئی از یک مدار االکترونیکی است که انرژی در میدان مغناطیسی حاصل از سیم‌های حامل جریان آن ذخیره می‌شود. توانایی القاگر برای ذخیره‌ی انرژی با مشخصه‌ای به نام "ضریب خود القایی" یا "القاییدگی" که با L نشان داده می شود بیان می‌شود. می‌توان نشان داد که یک القاگر در مدارهای جریان متناوب از خود مقاومتی ظاهری نشان می‌دهد که مطابق با رابطه(۱) به "ضریب خود القایی" آن و بسامد جریان بستگی دارد.

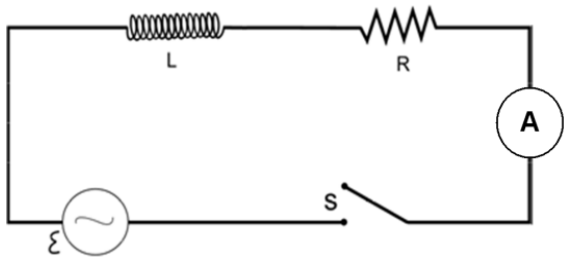
$$X_L = 2\pi f L \qquad (۱)$$

در این رابطه، X_L مقاومت ظاهری القاگر (Indactive Reactance) و f بسامد جریان است. در دستگاه یکاهای SI واحدِ L، ولت‌ثانیه بر آمپر است که به آن «هانری» می‌گویند و با H نشان می‌دهند، $1H = 1\frac{V.s}{A}$. X_L نیز بر حسب اهم بیان می شود.

مقاومت ظاهری یک مقاومت کربنی در جریان متناوب همان مقدار مقاومت در جریان مستقیم، R، است. اگر یک مقاومت کربنی با یک خازن سری شده باشد (شکل(۱) را ببینید) مقاومت معادل این دو، Z، از رابطه‌ی(۲) به‌دست می‌آید:

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} \qquad (۲)$$

به Z مقاومت ظاهری معادل (Impedance) نیز می‌گویند.



شکل(۱). مدارِ RL جریان متناوب، $\varepsilon = \varepsilon_m \sin(\omega t)$, $\omega = 2\pi f$.

مقدمه آزمایش شماره نُه را که در آن تعاریف دامنه و ریشه‌ی میانگینِ مربعات آمده است، مطالعه کنید. بین سه کمیتِ دامنه جریان عبوری از القاگر (I_m)، مقاومت ظاهری آن (X_L) و اختلاف پتانسیل بیشینه‌ی دو سرِ آن (دامنه‌ی اختلاف پتانسیل، V_m) رابطه(۴) برقرار است:

$$V_m = X_L . I_m \qquad (۴)$$

رابطه (۴) برای مقاومت ظاهری معادل نیز صحیح است. لذا می‌توان نوشت:

$$V_{Z,m} = Z.I_m \quad , \quad V_{Z,m} = \varepsilon_m \qquad (۵)$$

بدیهی است که روابط (۴) و (۵) برای ریشه‌ی میانگینِ مربعات کمیتها, عددی که آمپرسنج/ولت‌سنج نشان می‌دهند، نیز صادق هستند.

در بخش دوم این آزمایش می‌خواهیم در مدار RL جریان متناوب، وابستگی مقاومت ظاهری یک القاگر و نیز مقاومت ظاهری کل مدار را با بسامد منبع تغذیه مطالعه و تحقیق کنیم.

ابزار و وسایل مورد نیاز مدار RL: یک سیم‌لوله یا سیم‌پیچ (القاگر) با ضریب خودالقائی حدودِ ۱۵-۱ mH، مقاومت کربنی کوچک، منبع تغذیه‌ی AC با بسامد قابل تنظیم، بسامدسنج، آمپرسنج و ولت‌سنجِ متناوب و چند سیم رابط.

مراحل انجام آزمایش

مدار ساده‌ای شامل یک منبع تغذیه متناوب، یک القاگر و یک مقاومت کربنی کوچک به صورت سری، مطابق شکل(۱) ببندید.

راهنمایی: مقدار خودالقایی القاگر و مقاومت اهمی را طوری انتخاب کنید که در بازه بسامد انتخابی (از مرتبه کیلوهرتز) بسامدی داشته باشیم که برای آن $X_L = R$. به عنوان مثال با انتخاب مقاومت $200\,\Omega$ و القاگر $10\,mH$ در بسامد $3.2\,kHz$ داریم: $X_L \approx R$.

با انتخاب حداقل پنج مقدارِ مختلف برای بسامد منبع تغذیه (با کارشناس یا مدرسِ آزمایشگاه مشورت کنید)، جریان مدار (I)، اختلاف پتانسیل دو سر القاگر (V_L)، اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت کربنی (V_R) و اختلاف پتانسیل کل (V_Z) را اندازه‌گیری کنید و در جدول (۱) ثبت کنید.

- ❖ در تمام مدت اندازه‌گیری بهتر است آمپرسنج در مدار باشد. برای اولین بسامد همه‌ی کمیت‌های خواسته شده اندازه‌گیری شود، سپس بسامد تغییر داده شود و همان کمیت‌ها برای بسامد جدید اندازه‌گیری و ثبت شود.
- ❖ جریان و اختلاف پتانسیل‌هایی را که با آمپرسنج و ولت‌سنجِ جریان متناوب اندازه گرفته‌اید همان مقادیرِ ریشه‌ی میانگینِ مربعاتِ (*rms*) آن کمّیت‌ها هستند که برای سادگی اندیسِ *rms* را در جدول(۱) حذف کرده‌ایم.

جدول(۱). مقاومت ظاهری عناصر در مدار RL جریان متناوب.

f (kHz)	I	V_L	V_R	V_Z	$X_L = 2\pi fL$	$X_L = \frac{V_L}{I}$	$R = \frac{V_R}{I}$	$Z = \sqrt{R^2 + 4\pi^2 f^2 L^2}$	$Z = \frac{V_Z}{I}$

خواسته‌ها

- مقادیر اندازه‌گیری شده را برای محاسبه‌ی کمیت‌های دیگرِ خواسته شده در جدول(۱) به کار ببرید و آن را کامل کنید. تمام مقاومتها را بر حسب اهم در جدول(۱) ثبت کنید. کدام‌یک از مقادیرِ مقاومتها (ستون‌های هفتم، هشتم و دهم) با بسامد تغییر می‌کند؟
- در یک برگه‌ی ترسیم میلی‌متری، مقادیرِ اندازه‌گیری شده‌ی X_L (ستون هفتمِ جدول(۱): $X_L = \frac{V_L}{I}$) را برحسب بسامدِ جریان مدار رسم کنید. این نمودار چه شکلی باید داشته باشد؟ با توجه به نمودار رسم شده ضریب خود القایی القاگر را به دست آورید. درصد خطای نسبی آن را گزارش کنید.
- دو ستون دیگر به جدول(۱) اضافه کنید (و یا جدولی دیگر رسم کنید) و مقادیر Z^2 و f^2 را در آن وارد و ثبت کنید. برای محاسبه‌ی Z^2 از مقادیر اندازه‌گیری شده‌ی Z (ستون دهم، $Z = \frac{V_Z}{I}$) استفاده کنید. در یک برگه‌ی میلی‌متری Z^2 را برحسب f^2 رسم کنید. این نمودار چه شکلی باید داشته باشد؟ با توجه به نمودار رسم شده ضریب خود القایی القاگر و مقدارِ مقاومتِ R را به دست آورید. درصد خطای نسبی آن‌ها را نیز گزارش کنید. همچنین، بدون استفاده از نمودار رسم شده و با استفاده از روش "کمترین مربعات" که در بخش (۲-۳) از فصل "آشنایی با خطاهای اندازه‌گیری، تحلیل داده‌ها و گزارش‌نویسی" معرفی شده است، شیب و عرض از مبدأ خطِ معرفِ Z^2 برحسب f^2 را به دست آورید.

آزمایش شماره‌ی ده
مطالعه‌ی شرط تشدید در مدارِ RLC سری در جریان متناوب

همان‌طور که در مقدمه‌ی آزمایش‌های هشت و نُه بیان شده است، خازن‌ها و القاگرها درمدارهای جریان متناوب از خود مقاومتی ظاهری نشان می‌دهند که به ترتیب، مطابق با روابط (۱) و (۲) به بسامدِ جریان مدار (و منبع تغذیه) بستگی دارد:

$$X_C = \frac{1}{2\pi f}\frac{1}{C} \qquad (۱)$$

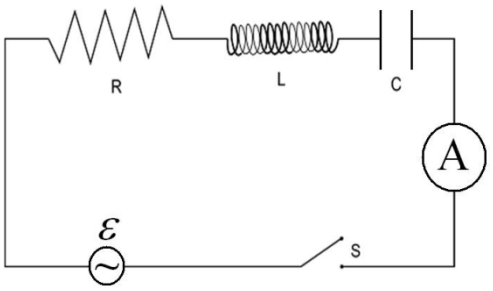
$$X_L = 2\pi f L \qquad (۲)$$

که در آن X_C و X_L به ترتیب، مقاومت ظاهری خازن و القاگر، f بسامد جریان، C ظرفیت خازن و L ضریب خودالقایی القاگر است. در دستگاه یکاهای SI، کمیت‌های C، L و f، به ترتیب، برحسب فاراد (F)، هانری (H) و هرتز (عکسِ ثانیه، Hz)، و X_L و X_C نیز بر حسب اهم بیان می‌شوند.

بسامد جریان مدار بر مقدارِ مقاومت یک مقاومت کربنی تأثیری ندارد. اگر یک مقاومت کربنی با یک خازن و یک القاگر سری شده باشد (شکل(۱) را ببینید) مقاومت معادل (Impedance) این سه عنصر که با Z نشان می‌دهیم به بسامد جریان مدار بستگی دارد و از رابطه‌ی (۳) به‌دست می‌آید:

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} \qquad (۳)$$

دو رابطه(۳) در دو آزمایشِ نُه و دَه مربوط به مقاومت‌معادلِ مدارهای RC و RL جریان متناوب، دو حالت خاص از این رابطه هستند.



شکل (۱). مدارِ RLC سری در جریان متناوب. $\varepsilon = \varepsilon_m \sin(\omega t), \omega = 2\pi f$.

مقدمه آزمایش شماره نُه را که در آن تعاریفِ دامنه و ریشه‌ی میانگینِ مربعات آمده است، نیز مقدمه آزمایش شماره دَه را مطالعه کنید. بین سه کمیتِ دامنه جریان مدار (I_m)، مقاومت ظاهری هر عنصر و اختلاف پتانسیل بیشینه‌ی دو سرِ آن عنصر (دامنه‌ی اختلاف پتانسیل، V_m) رابطه (۴) برقرار است:

$$V_{R,m} = RI_m \quad , \quad V_{C,m} = X_C.I_m \quad , \quad V_{L,m} = X_L.I_m \qquad (۴)$$

رابطه (۴)، همچنین، برای مقاومت ظاهری معادلِ کل (و نیز مقاومت ظاهری معادلِ هر دو عنصر) صحیح است. لذا می‌توان نوشت:

$$V_{Z,m} = Z.I_m \quad , \quad V_{Z,m} = \varepsilon_m \qquad (۵)$$

بدیهی است که روابط (۴) و (۵) برای ریشه‌ی میانگینِ مربعات کمیتها, عددی که آمپرسنج/ولت‌سنج نشان می‌دهند، نیز صادق هستند.

تأثیر خازن و القاگر فقط تغییر مقاومت مدار نیست بلکه سببِ تغییرِ فازِ جریان مدار نسبت به فازِ نیرومحرکه‌ی منبع تغذیه نیز می‌شود. اگر نیرومحرکه‌ی مولد به صورت $\varepsilon = \varepsilon_m \sin(\omega t)$ فرض شود جریان مدار به صورت

$I = I_m \sin(\omega t - \varphi)$ به دست خواهد آمد که در آن φ «ثابتِ فازِ» مدار یا ساده‌تر «فازِ» مدار نامیده می‌شود و از رابطه‌ی (۶) به‌دست می‌آید:

$$\tan\varphi = \frac{X_L - X_C}{R} \qquad (۶)$$

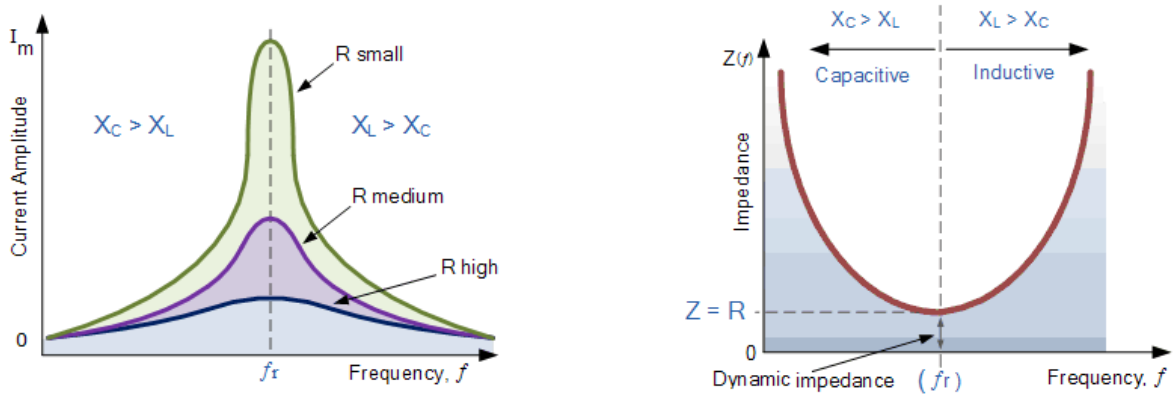
اگر $X_C \langle X_L$ در واقع خاصیتِ القایی مدار بیشتر از خاصیتِ خازنی آن است و ثابتِ فازِ مدار مثبت است. در این حالت جریان مدار نسبت به نیرومحرکه‌ی مولد تأخیر دارد. بدیهی است که در مدارِ RL جریان متناوب که خازن وجود ندارد این حالت همواره برقرار است و ثابتِ فازِ مدار دقیقاً $\frac{\pi}{2}$ است. برعکس، اگر $X_C \rangle X_L$ خاصیتِ خازنی مدار بیشتر از خاصیتِ القایی آن است و ثابتِ فازِ مدار منفی است. در این صورت جریان مدار نسبت به نیرومحرکه‌ی منبع تغذیه تقدُّمِ فاز دارد. همچنین، آشکار است که در مدارِ RC جریان متناوب که القاگر وجود ندارد این حالت همواره برقرار است و ثابتِ فازِ مدار دقیقاً $-\frac{\pi}{2}$ است.

یادآوری و تأکید می‌شود که ثابتِ فاز مدار هر چه‌قدر باشد، اختلاف پتانسیلِ دو سرِ خازن (القاگر) نسبت به جریان عبوری از آن همواره به اندازه $\frac{\pi}{2}$ تأخیر (تقدم) فاز دارد. در صورت نیاز، توضیحِ بیشتر را از مدرس آزمایشگاه بخواهید.

اگر مقدارِ ω به گونه‌ای انتخاب شود که $X_C = X_L$، مطابقِ رابطه‌ی (۳) مقاومت ظاهری کل مدار به حداقل می‌رسد ($Z_{\min} = R$). با توجه به رابطه‌ی (۵) در این حالت دامنه‌ی جریانِ مدار بیشینه است ($I_{m,\max} = \frac{\mathcal{E}_m}{Z_{\min}} = \frac{\mathcal{E}_m}{R}$). به این حالت، «تشدید» می‌گویند. اگر مدار در حالتِ تشدید باشد ثابت فاز مدار صفر است و داریم:

$$X_L = X_C \quad \Rightarrow \quad 2\pi f_r L = \frac{1}{2\pi f_r}\frac{1}{C} \quad \Rightarrow \quad f_r = \frac{1}{2\pi}\frac{1}{\sqrt{LC}} \qquad (۷)$$

رابطه‌ی (۷) مقدار بسامدی (f_r) را می‌دهد که مدار در حالت تشدید قرار می‌گیرد. شکل(۲)، قابِ راست، تغییرات مقاومت ظاهری کل (Z) را برحسب بسامد و شکل(۲) قابِ چپ منحنی‌های تشدید (دامنه جریان برحسب بسامد) را برای یک مدار RLC سری نوعی برای سه R متفاوت نشان می‌دهد.



شکل(۲). تأثیر تغییر بسامد در یک مدار RLC سری نوعی بر مقاومت ظاهری کل (راست) و بر دامنه جریان (چپ).

در این آزمایش می‌خواهیم به مطالعه‌ی شرط تشدید در مدارهای RLC سری در جریان متناوب بپردازیم.

ابزار و وسایل مورد نیاز: خازن، مقاومت کربنی کوچک، القاگر، منبع تغذیه‌ی AC با بسامد قابل تنظیم، بسامدسنج، آمپرسنج و ولت‌سنجِ متناوب و چند سیم رابط.

مراحل انجام آزمایش

الف) مدار ساده‌ای شامل یک منبع تغذیه متناوب، یک خازن، یک القاگر و یک مقاومت کربنی حدودِ ۵۰ Ω، به صورت سری، مطابق شکل(۱)، ببندید.

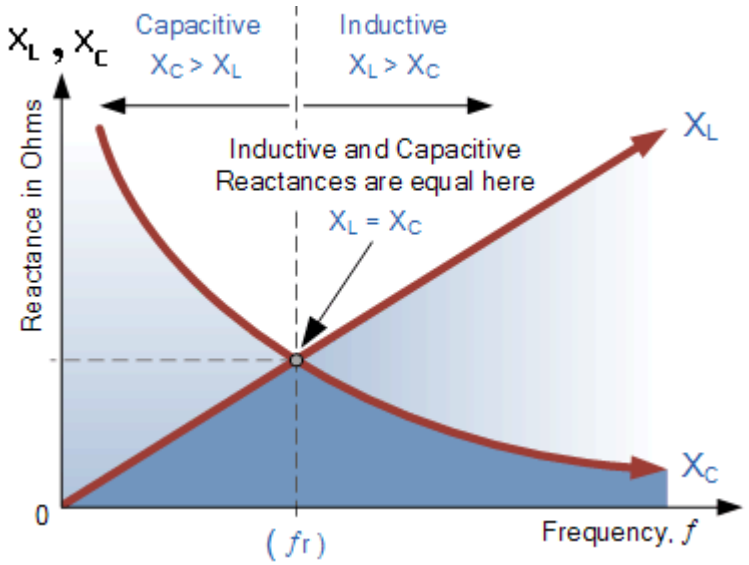
- ❖ خازن و القاگر را طوری انتخاب کنید که بسامدِ تشدیدِ مدارتان حدودِ ۲-۱ kHz باشد.

با انتخاب حداقل شش مقدارِ مختلف برای بسامد منبع تغذیه (در اطرافِ بسامدِ تشدید؛ با کارشناس یا مدرسِ آزمایشگاه مشورت کنید)، جریان مدار (I)، اختلاف پتانسیل دو سر خازن (V_C)، اختلاف پتانسیل دوسرالقاگر (V_L)، اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت کربنی (V_R) واختلاف پتانسیل کل (V_Z) را اندازه‌گیری کنید و در جدول(۱) ثبت کنید.

- ❖ در تمام مدت اندازه‌گیری بهتر است آمپرسنج در مدار باشد. برای اولین بسامد، همه‌ی کمیت‌های خواسته شده اندازه‌گیری شود، سپس بسامد تغییر داده شود و همان کمیت‌ها برای بسامد جدید اندازه‌گیری و ثبت شود.
- ❖ تغییرِ بسامد به اندازه‌ای باشد که تغییر در جریان و اختلاف پتانسیل‌ها قابل اندازه‌گیری باشند و خیلی بزرگ نیز نباشند.
- ❖ جریان و اختلاف پتانسیل‌هایی را که با آمپرسنج و ولت‌سنجِ جریان متناوب اندازه گرفته‌اید همان مقادیرِ ریشه‌ی میانگینِ مربعات (*rms*) آن کمّیت‌ها هستند که برای سادگی اندیسِ *rms* را در جدول(۱) حذف کرده‌ایم.

خواسته‌ها

- مقادیر اندازه‌گیری شده را برای محاسبه‌ی کمیت‌های خواسته شده دیگر در جدول(۱) به کار ببرید و آن را کامل کنید.
- با استفاده از مقادیرِ اندازه‌گیری شده‌ی X_C و X_L (ستون‌های هفتم و هشتمِ جدول(۱)، یعنی $X_L = \frac{V_L}{I}$ و $X_C = \frac{V_C}{I}$)، نمودارِ X_C و X_L را بر حسب بسامد در یک برگه ترسیم میلی‌متری رسم کنید. (هر دو نمودار در یک برگه ترسیم رسم شوند؛ مناسبتر است که با کمک یک نرم‌افزارِ رسمِ نمودار رسم شوند و معادله ریاضی هر منحنی را نیز به شما بدهد). انتظار دارید هر نمودار چه رفتاری را نشان دهد؟ با استفاده از دو نموداری که رسم کرده‌اید (یا معادله ریاضی آنها) بسامدِ تشدید را به دست آورید (شکل(۳)) را ببینید). درصد خطای اندازه‌گیری خود را با توجه به مقدارِ نظری آن، $f_r = \frac{1}{2\pi}\frac{1}{\sqrt{LC}}$ ، گزارش کنید.



شکل(۳). وابستگی X_C و X_L به بسامد جریان مدار.

- ستون دیگری به جدول(۱) افزوده با استفاده از مقادیر انـدازه‌گیـری شـده‌ی X_C و X_L (سـتون‌هـای هفـتم و هشـتم، $X_L = \frac{V_L}{I}$ و $X_C = \frac{V_C}{I}$)، مقدارِ $\frac{X_L}{X_C}$ را محاسبه کنید و در جدول ثبت کنید. نمودار این نسبت را بـر حسـب مربـعِ بسامد (f^2) در یک برگه میلی‌متری رسم کنید. انتظـار داریـد اینـنمـودار چـه رفتـاری را نشـان دهـد؟ بـا اسـتفاده از روابط(۱) و (۲)، رابطه ریاضی آن را بنویسید.
- با استفاده از نموداری که رسم کرده‌اید بسامدِ تشدید را به دست آورید. درصد خطای اندازه‌گیـری خـود را بـا توجـه بـه مقدارِ نظری آن، $f_r = \frac{1}{2\pi}\frac{1}{\sqrt{LC}}$ ، گزارش کنید.

راهنمایی: به دو روش بسامدِ تشدید را بدست آورید: ۱) با یافتنِ شیبِ نمودار، ابتدا مقدارِ LC و سپس با استفاده از رابطه(۷) بسامدِ تشدید را بیابید. ۲) از روی نمودار بسامدی را بیابید که برای آن، $\frac{X_L}{X_C}$ برابرِ یک شود.

جدول(۱). مقاومت ظاهری عناصر در مدار RLC جریان متناوب، مرحله (الف).

بسامد f (kHz)	I	V_R	V_C	V_L	V_Z	$X_L = \frac{V_L}{I}$	$X_C = \frac{V_C}{I}$	$R = \frac{V_R}{I}$	$Z = \frac{V_Z}{I}$	$\tan(\varphi)$ رابطه‌ی (۶)

* واحد هر کمیت را نیز ثبت کنید.

ب) حال در مدارِ RLC قبلی بدونِ تغییرِ خازن و القاگر، مقاومت کربنی (اهمی) را بزرگتر (حدودِ دو تـا سـه برابـر) انتخـاب کنید. مطابق با مرحله (الف) با انتخاب حداقل شش مقدارِ مختلف برای بسامد منبع تغذیه (در اطرافِ بسـامدِ تشـدید مـدار)، جریان مدار (I)، اختلاف پتانسیل دو سـر خـازن (V_C)، اخـتلاف پتانسـیل دوسـرِالقاگر (V_L)، اخـتلاف پتانسـیل دو سـر مقاومت کربنی (V_R) واختلاف پتانسیل کل (V_Z) را اندازه‌گیری کنید و در جدول(۲) ثبت کنید، شکل(۲) را ببینید.

خواسته‌ها

- ستون دیگری به جدول(۲) افزوده با استفاده از مقادیر انـدازه‌گیـری شـده‌ی X_C و X_L (سـتون‌هـای هفـتم و هشـتم، $X_L = \frac{V_L}{I}$ و $X_C = \frac{V_C}{I}$)، مقدارِ $\frac{X_L}{X_C}$ را محاسبه کنید و در جدول ثبت کنید. نمودار این نسبت را بـر حسـب مربـعِ

بسامد (f^2) در یک برگه میلی‌متری رسم کنید. مطابق با آنچه در خواسته‌های مرحله (الف) انجام دادید و با استفاده از نموداری که رسم کرده‌اید بسامدِ تشدید مدار را به دست آورید.

- با توجه به اندازه‌گیری‌های جداول(۱) و (۲)، نمودارِ (ریشه میانگینِ مربعاتِ) جریان مدار، I، را برحسبِ بسامدِ یکّه شده ($\frac{f}{f_r}$) برای هر دو مرحله، در یک برگه ترسیم میلی‌متری رسم کنید (البته مناسب‌تر است که با کمک یک نرم‌افزارِ رسمِ نمودار، رسم شوند). با توجه به دو نمودار، تأثیرِ مقدارِ مقاومت کربنی را توضیح دهید. با استفاده از این دو نمودار، بسامد تشدید را با دقتی مناسب بیابید. درصد خطای نسبی اندازه‌گیری خود را با توجه به مقدارِ نظری آن، $f_r = \frac{1}{2\pi}\frac{1}{\sqrt{LC}}$ ، گزارش کنید.

- با توجه به اندازه‌گیری‌های جداول(۱) و (۲)، نمودارِ مقاومت ظاهری کل مدار، Z، را برحسب بسامد برای هر دو مرحله، در یک برگه‌ی میلی‌متری رسم کنید (البته مناسب است که با کمک یک نرم‌افزارِ رسمِ نمودار رسم شوند، شکل(۲-راست) را ببینید). با توجه به دو نمودار تأثیرِ مقدارِ مقاومت کربنی را توضیح دهید. با استفاده از دو نمودار رسم شده آیا می‌توانید بگویید که بسامد تشدید در چه بازه‌ای قرار دارد؟ مقدار آن را با دقتی مناسب بیابید. درصد خطای نسبی اندازه‌گیری خود را با توجه به مقدارِ نظری آن، $f_r = \frac{1}{2\pi}\frac{1}{\sqrt{LC}}$ ، گزارش کنید. همچنین با استفاده از این دو نمودار، مقدار مقاومت کربنی مدار را با دقتی مناسب بیابید و آن را با درصد خطای نسبی اندازه‌گیری، گزارش کنید (یا حداقل بگویید در چه بازه‌ای می‌تواند باشد).

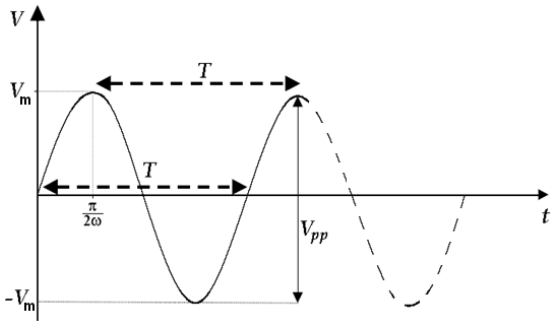
جدول(۲). مقاومت ظاهری عناصر در مدار RLC جریان متناوب، مرحله (ب).

بسامد f (kHz)	I	V_R	V_C	V_L	V_Z	$X_L = \frac{V_L}{I}$	$X_C = \frac{V_C}{I}$	$R = \frac{V_R}{I}$	$Z = \frac{V_Z}{I}$	$\tan(\varphi)$ رابطه(۶)

* واحد هر کمیت را نیز ثبت کنید.

آزمایش شماره‌ی یازده
آشنایی با نوسان‌نما و کاربردهای آن

نوسان‌نما (اسیلوسکوپ) یکی از مهمترین وسایل هر آزمایشگاه الکترونیک است که در مطالعه مدارهای الکترونیکی با جریان متناوب مورد استفاده قرار می‌گیرد. به وسیله آن، کمیت‌های مختلفی مثل دامنه اختلاف پتانسیل دو سرِ عناصرِ مختلف مدار و بسامد جریان را می‌توان اندازه گرفت و شکل نوسان‌های اختلاف پتانسیل‌ها را نیز مشاهده کرد. شکل(۱) طرحی از یک نوسان کامل با مشخصه‌های مربوط را نشان می‌دهد.



شکل(۱). یک نوسان کامل سینوسی: V_m دامنه نوسانات اختلاف پتانسیل، V_{pp} ارتفاع (اختلاف پتانسیل) نوک تا نوک که دو برابرِ دامنه اختلاف پتانسیل است ($V_{pp} = 2V_m$)، T دوره تناوب زمانی.

شکل(۲) طرحواره‌ای از صفحه‌ی جلوی یک نوسان‌نمای ساده‌ی نوعی و کلیدهای تنظیمِ مشخصه‌های آن را نشان می‌دهد. شکل(۳) نیز طرحواره‌ای ساده از ساختار درونی یک نوسان‌نمای ساده از نوع *لامپی پرتو کاتُدی* را نشان می‌دهد. نوسان‌نما یک موجِ اختلاف پتانسیلی دندانه ارّه‌ای داخلی (شکل(۴)) ایجاد می‌کند و باعث یک جابجایی خطی کانونِ پرتو با زمان در راستای محور افقی روی صفحه نمایشگر می‌شود. موج خارجی که به یکی از ورودی‌های نوسان‌نما متصل می‌شود نیز کانون پرتو را در راستای عمودی جابجا می‌کند. به این ترتیب کانون پرتو شکل نوسانات موج ورودی را روی صفحه نمایشگر نشان خواهد داد (توضیح بیشتر را از مدرس آزمایشگاه بخواهید).

مشخصه‌ها و کلیدهای تنظیم یک نوسان‌نما عبارتند از:

۱) POWER ON/OFF: کلید قطع و وصل اصلی.

۲) INTENSITY: پیچِ تنظیم شدت (روشنایی) پرتو روی صفحه نمایشگر.

۳) FOCUS: پیچِ تنظیم تمرکز (کانونی کردنِ) پرتو روی صفحه نمایشگر.

۴) X-POS: پیچِ تغییر مکان پرتو (موج) روی صفحه نمایشگر در راستای افقی.

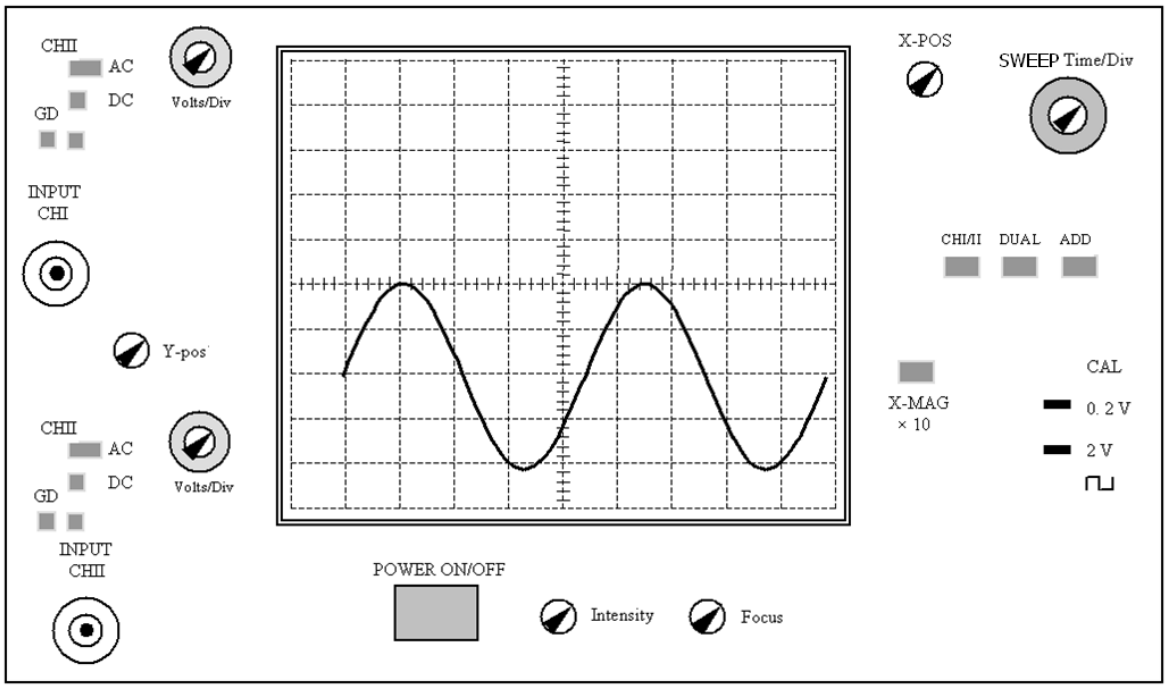
۵) TIME/DIV: پیچِ تغییر مقیاس محور افقی (زمان) روی صفحه نمایشگر. هر وضعیتِ این پیچ عددی را نشان می‌دهد. این عدد فاصله‌ی زمانی بین دو خط عمودی متوالی روی صفحه نمایشگر را تعیین می‌کند. اگر این پیچ را روی وضعیت X-Y قرار دهید موج دندانه ارّه‌ای داخلی نوسان‌نما از مدارِ داخلی خارج (قطع) می‌شود.

۶) Y-POS: پیچِ تغییر مکان پرتو (موج) روی صفحه نمایشگر در راستای عمودی.

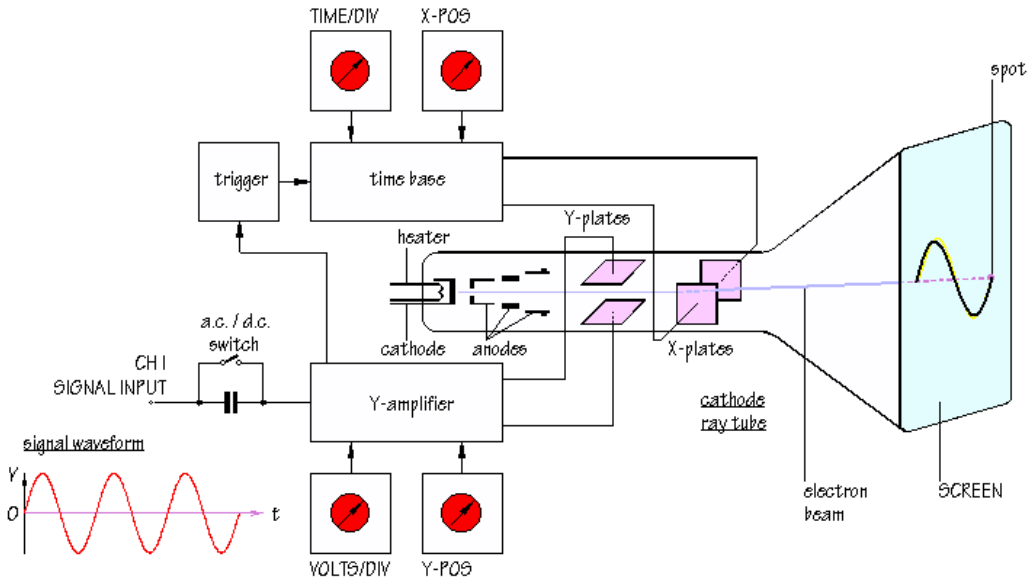
۷) CH1: ورودی اول، محل اتصال موج (اختلاف پتانسیلِ) مورد مطالعه به ورودی اول (محور عمودی روی صفحه نمایشگر).

۸) CH2: ورودی دوم، محل اتصال موج (اختلاف پتانسیلِ) مورد مطالعه به ورودی دوم (محور عمودی روی صفحه نمایشگر).

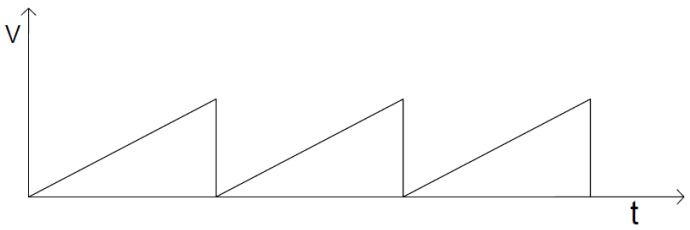
۹) VOLTS/DIV: پیچِ تغییر مقیاس محور عمودی (اختلاف پتانسیل) روی صفحه نمایشگر. هر وضعیتِ این پیچ عددی را نشان می‌دهد. این عدد نشان می‌دهد که فاصله دو خط افقی متوالی روی صفحه نمایشگر معادل چند ولت است.



شکل(۲). طرح‌واره‌ای از صفحه‌ی جلوی یک نوسان‌نمای ساده‌ی نوعی و کلیدهای تنظیم مشخصه‌های آن.



شکل(۳). طرح‌واره‌ای ساده از ساختار درونی یک نوسان‌نمای ساده از نوعِ *لامپی پرتو کاتُدی*.



شکل(۴). یک موج (اختلاف پتانسیل) دندانه اَرّه‌ای.

در این آزمایش می‌خواهیم با نوسان‌نما آشنا شویم و بیاموزیم که چگونه می‌توان به کمک آن یک اختلاف پتانسیل متناوب با تغییرات سینوسی و مربعی را روی نوسان‌نما مشاهده کنیم، دامنه و بسامد نوسانات آن را اندازه‌گیری کنیم.

ابزار و وسایل مورد نیاز: نوسان‌نما، نوسان‌ساز، منبع تغذیه AC با بسامد قابل تنظیم، بسامدسنج، ولت‌سنج، تعدادی سیم رابط معمولی، سیم رابط با اتصال BNC.

روشِ کار با نوسان‌نما

قبل از وصلِ دوشاخه نوسان‌نما به برق شهر دو نکته زیر را رعایت کنید.

۱) کلید Intensity روی صفر بوده و Power on/off در وضعیت off باشد. ۲) کلید Focus روی مقدار متوسط باشد.

حال نوسان‌نما را به برق شهر وصل کرده کلید Power on/off را در وضعیت on قرار دهید. مواظب باشید شدت نور (Intensity) را زیاد نکنید. حدود ۳۰ ثانیه صبر کنید تا دستگاه گرم شود. سپس شدت نور و میزان کانونی بودن (تمرکز، Focus) را آهسته تغییر دهید تا یک خط روشن روی نمایشگر مشاهده گردد. با کلیدهای تنظیم جابجایی افقی و عمودی، خط را در مرکز صفحه قرار دهید.

توجه: پس از مشاهده خط روشن هیچ وقت شدت نور را زیادتر نکنید. شدت نور زیاد سبب خرابی صفحه و تقلیل عمر مفید دستگاه می‌گردد. ضمناً نباید هیچ گاه برای مدت طولانی یک نقطه/خط روشن و یا یک موج که شدت نور آن زیاد و نیز متمرکز است روی صفحه باقی بماند.

مراحل انجام آزمایش

توجه: خواسته‌ها در بعضی از موارد با یک **دایره سیاه** مشخص شده‌اند. تمام آنها را در گزارش‌کار خود پاسخ دهید.

الف) مشاهده شکل موجِ اختلاف پتانسیلی سینوسی و مربعی

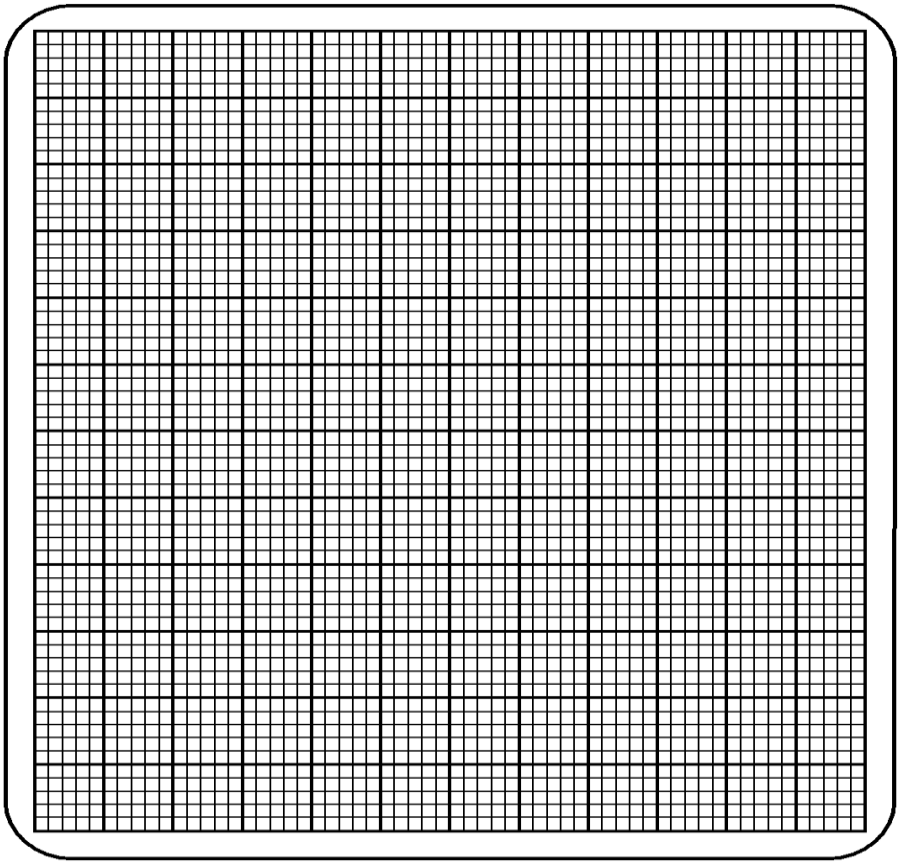
۱) از نوسان‌سازی که در اختیار دارید یک موج (اختلاف پتانسیل) سینوسی با بسامد و دامنه‌ای دلخواه گرفته آن را به یکی از ورودی‌های عمودی نوسان‌نما وصل کنید. مقیاس محورهای افقی (TIME/DIV) و عمودی (VOLTS/DIV) نوسان‌نما را کمی تغییر داده و با تنظیم شدت و تمرکز روشنایی پرتو، یک شکل سینوسی ثابت با دامنه مناسب (قابل دیدن در صفحه نمایشگر) به‌دست آورید.

توجه: برای ثابت ماندنِ موج مورد مطالعه در صفحه نمایشگر باید به ازاء هر دوره تناوبِ موجِ دندانه ارّه‌ای داخلی نوسان‌نما یک یا چند تناوب کامل از موجِ مورد مطالعه تکرار شود. به این ترتیب شکل موج مورد مطالعه به طور متوالی و روی هم بر صفحه نمایشگر رسم شده و ثابت به نظر می‌رسد.

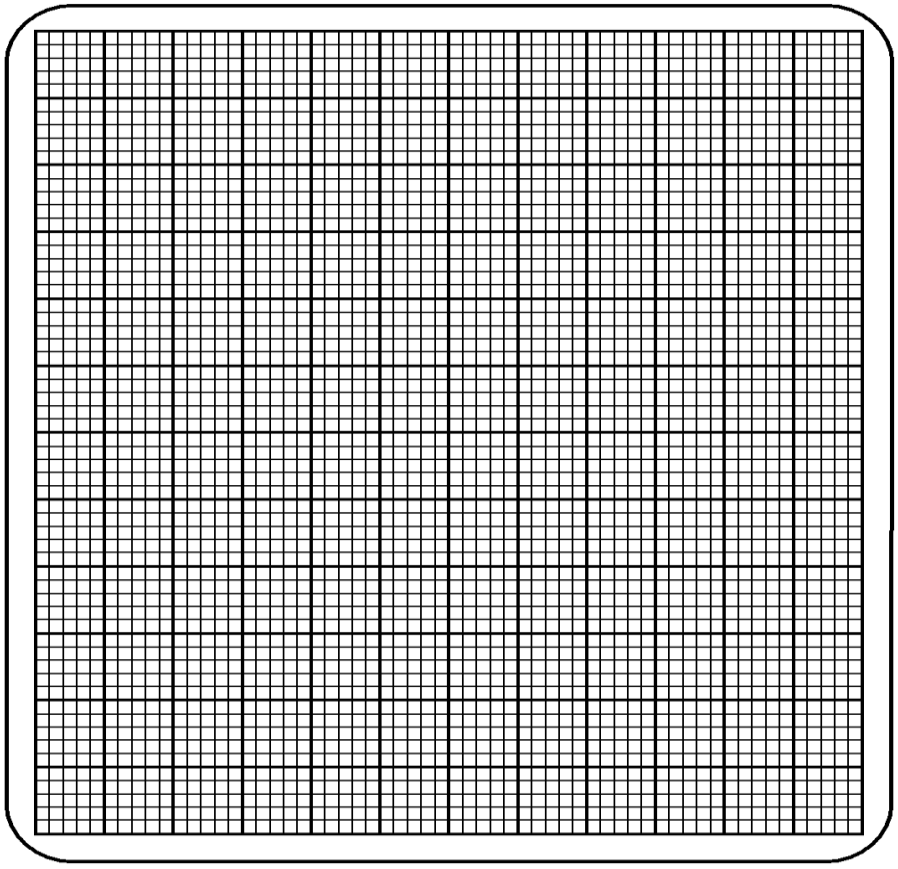
- شکل موج مشاهده شده را در صفحه نمایشی شکل(۵) با دقت رسم کنید. در کنارِ آن، مقیاس محورهای افقی و عمودی نوسان‌نما را نیز بنویسید.
- با تغییرِ مقیاسِ محورهای افقی و عمودی نوسان‌نما، چه تغییری در شکل موج حاصل می‌شود؟ شرح دهید.
- با ثابت نگه داشتنِ مقیاسِ محورهای افقی و عمودی نوسان‌نما، تغییرِ بسامد و دامنه موج به وسیله نوسان‌ساز چه تغییری در شکل موج ایجاد می‌کند؟ شرح دهید.

۲) از نوسان‌ساز یک موج (اختلاف پتانسیل) مربعی با بسامد و دامنه‌ای دلخواه گرفته آن را به یکی از ورودی‌های عمودی نوسان‌نما وصل کنید. برای این موج نیز تنظیم‌های خواسته شده در مرحله (۱) را انجام دهید تا شکلی ثابت از موج را بر صفحه نمایشگر ببینید.

- شکل موج مشاهده شده را در صفحه نمایشی شکل(۶) با دقت رسم کنید. در کنار آن مقیاس محورهای افقی و عمودی نوسان‌نما را نیز بنویسید.
- با تغییرِ مقیاسِ محورهای افقی و عمودی نوسان‌نما، چه تغییری در شکل موج حاصل می‌شود؟ شرح دهید.
- با ثابت نگه داشتنِ مقیاسِ محورهای افقی و عمودی نوسان‌نما، تغییرِ بسامد و دامنه موج به وسیله نوسان‌ساز چه تغییری در شکل موج ایجاد می‌کند؟ شرح دهید.



شکل(۵). نمایشی از صفحه نوسان‌نما برای رسم موج سینوسی مشاهده شده (**استفاده در آزمایشگاه**).



شکل(۶). نمایشی از صفحه نوسان‌نما برای رسم موج مربعی مشاهده شده (**استفاده در آزمایشگاه**).

ب) اندازه‌گیری اختلاف پتانسیل متناوبِ سینوسی مجهول و بسامد آن

۱) یک اختلاف پتانسیل سینوسی با بسامد و دامنه‌ی دلخواه را که از نوسان‌ساز گرفته‌اید به یکی از ورودی‌های عمودی نوسان-نما بدهید. با تنظیم مشخصه‌های نوسان‌نما، همانند مرحله (الف)، شکل ثابت و مناسبی از موج بر صفحه نمایشگر نوسان‌نما به‌دست آورید.

۲) حال دکمه تنظیم (انتخاب‌گر) مقیاس محور افقی (زمان، TIME/DIV) را در بیشترین مقدارش (در وضعیتِ X-Y) قرار دهید. به این ترتیب موج دندانه ارّه‌ای داخلی نوسان‌نما از مدار حذف می‌گردد. در این وضعیت مشاهده خواهید کرد که منحنی به صورت یک پاره‌خط قائم بر روی صفحه نمایشگر ظاهر می‌شود.

- توضیح دهید که چرا این اتفاق می‌افتد.

۳) فاصله دو سر پاره‌خط برابر با فاصله (عمودی) بیشینه و کمینه موج که متناسب است با V_{pp} (اختلاف پتانسیل نوک تا نوک). با اندازه‌گیری طول این پاره‌خط (با شمارش تعداد درجات محور عمودی) و ضرب آن در عددی که انتخاب‌گر مقیاسِ محور عمودی (VOLTS/DIV) نشان می‌دهد، V_{pp} به‌دست می‌آید. در جدول(۱) مقادیر خواسته شده را ثبت کنید.

۴) با شمارش تعداد درجاتِ محور افقی (زمان) که یک نوسانِ کامل از موج آن را اشغال می‌کند و ضرب آن در عددی که انتخاب‌گرِ مقیاس محور افقی (TIME/DIV) نشان می‌دهد دوره تناوب نوسان (T) به‌دست می‌آید. با کمک آن بسامد موج را محاسبه کنید و در جدول(۱) ثبت کنید.

۵) این اختلاف پتانسیل مجهول (ورودی نوسان‌نما) را به وسیله یک ولت‌سنجِ AC نیز اندازه بگیرید و در جدول(۱) ثبت کنید. توجه داشته باشید که ولت‌سنج اختلاف پتانسیل مؤثر (ریشه‌ی میانگینِ مربعاتِ اختلاف پتانسیل متناوب، V_{rms}) را نشان می‌دهد و می‌دانیم که $V_m = \sqrt{2}V_{rms}$, $V_{pp} = 2V_m$، شکل(۱) را ببینید.

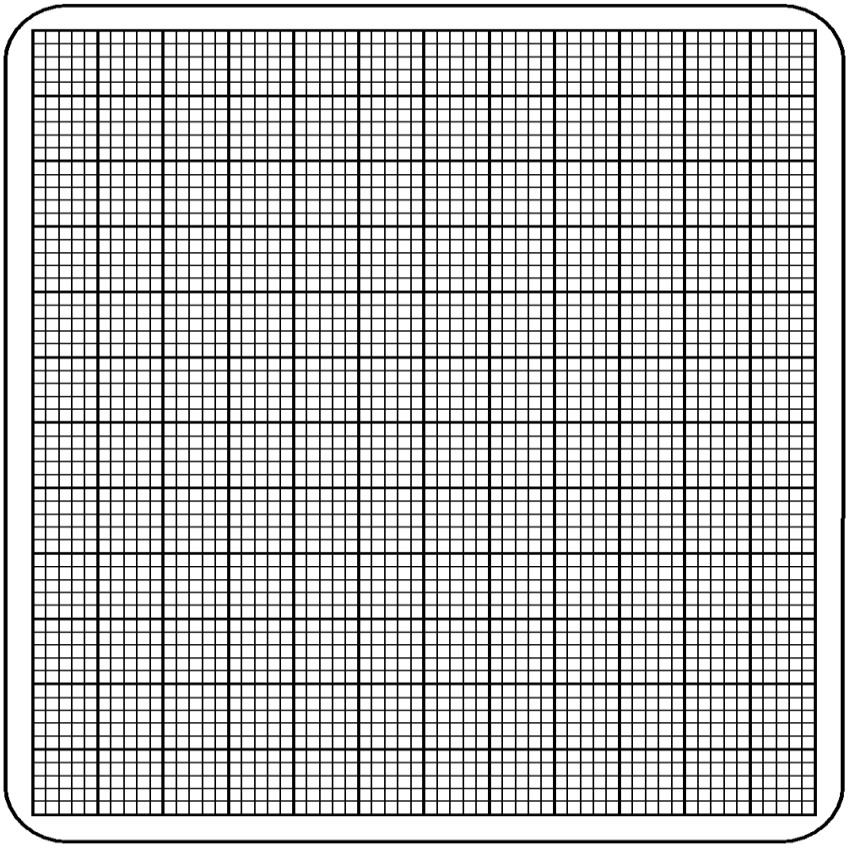
۶) بسامد موج را به‌وسیله یک بسامدسنج نیز اندازه بگیرید و جدول(۱) را کامل کنید.

۷) مراحلِ (۱) تا (۶) این آزمایش را با دو اختلاف پتانسیل سینوسی دلخواه دیگر با دامنه و بسامدهای متفاوت، انجام دهید و نتایج را در جدول(۱) یادداشت کنید.

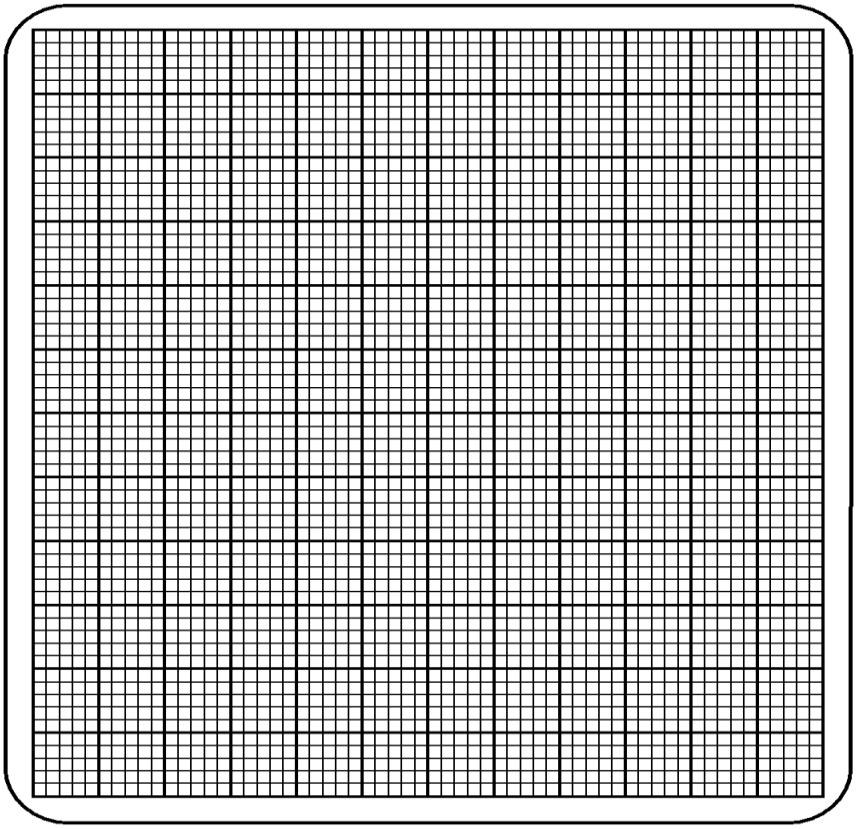
- کامل شده جدول(۱) و نیز نمودارهای رسم شده در شکل‌های (۵)و (۶) را در گزارش‌کار خود بیاورید.

جدول(۱). اندازه‌گیری اختلاف پتانسیلِ متناوبِ سینوسی و بسامد آن.

	موج سینوسی اول	موج سینوسی دوم	موج سینوسی سوم
فاصله بیشینه و کمینه موج روی صفحه نمایشگر (طول پاره‌خط)			
V_{pp} اختلاف پتانسیل نوک تا نوک			
عدد VOLTS/DIV			
V_{rms} اختلاف پتانسیل مؤثر محاسبه شده از V_{pp}			
V_{rms} اختلاف پتانسیل مؤثر اندازه‌گیری با ولت‌سنج			
تعداد درجات افقی اشغال شده توسط یک نوسان کامل روی محور افقی			
عدد TIME/DIV			
دوره تناوب T			
بسامد موج (با نوسان‌نما)			
بسامد موج (با بسامدسنج)			



شکل(۵). نمایشی از صفحه نوسان‌نما برای رسم موج سینوسی مشاهده شده (**استفاده در گزارش‌کار**).



شکل(۶). نمایشی از صفحه نوسان‌نما برای رسم موج مربعی مشاهده شده (**استفاده در گزارش‌کار**).

آزمایش شماره‌ی دوازده

مطالعه‌ی مدار RLC سری در جریان متناوب به کمک نوسان‌نما

مقدمه آزمایش‌های نهم و دهم را مطالعه کنید. همان‌طور که در مقدمه‌ی این آزمایش‌ها بیان شده است، خازن‌ها و القاگرها درمدارهای جریان متناوب از خود مقاومتی ظاهری نشان می‌دهند که به بسامد جریان مدار بستگی دارند. تأثیر خازن و القاگر فقط تغییر مقاومت مدار نیست بلکه سببِ تغییرِ فازِ جریان مدار نسبت به فازِ نیرومحرکه‌ی منبع تغذیه نیز می‌شود. اگر نیرومحرکه‌ی مولد به صورت $\varepsilon = \varepsilon_m \sin(\omega t)$ فرض شود جریان مدار به صورت $I = I_m \sin(\omega t - \varphi)$ به دست خواهد آمد که در آن φ «ثابتِ فازِ» مدار نامیده می‌شود و از رابطه(۱) بدست می‌آید.

$$\tan\varphi = \frac{X_L - X_C}{R} \qquad (۱)$$

با توجه به اینکه جریان مدار در حالت کلی به صورت $I = I_m \sin(\omega t - \varphi)$ است می‌توانیم اختلاف پتانسیل دو سرِ هر عنصر (مقاومت اهمی، خازن یا القاگر) را به طور مجزا به دست آوریم و اختلاف فازِ آن را با فازِ جریان عبوری از آن عنصر (همان جریان مدار در حالت سِری) مقایسه کنیم.

الف) مقاومت کربنی: می‌توان نوشت

$$V_R = RI = RI_m \sin(\omega t - \varphi) \qquad (۲)$$

مشخص است که اختلاف پتانسیل دو سرِ مقاومت اهمی (V_R) و جریان عبوری از آن (I) اختلاف فازی با یکدیگر ندارند و هم‌فازند.

ب) خازن: می‌توان نوشت

$$V_C = \frac{Q}{C} = \frac{\int I\,dt}{C} = -\frac{I_m}{C\omega}\cos(\omega t - \varphi) = \frac{I_m}{C\omega}\sin(\omega t - \varphi - \tfrac{\pi}{2}) \qquad (۳)$$

واضح است است که اختلاف پتانسیل دو سرِ خازن (V_C) به اندازه $\frac{\pi}{2}$ نسبت به جریان عبوری از آن تأخیرِ فاز دارد.

ج) القاگر: می‌توان نوشت

$$V_L = L\frac{dI}{dt} = LI_m\omega\cos(\omega t - \varphi) = LI_m\omega\sin(\omega t - \varphi + \tfrac{\pi}{2}) \qquad (۴)$$

از این رابطه نیز مشخص می‌شود که اختلاف پتانسیل دو سرِ القاگر (V_L) به اندازه $\frac{\pi}{2}$ نسبت به جریان عبوری از آن تَقَدُّمِ فاز دارد.

اما اختلاف پتانسیل کل (V_Z) که برابر با نیرومحرکه‌ی منبع تغذیه است، $\varepsilon = \varepsilon_m \sin(\omega t)$، نسبت به جریان مدار، $I = I_m \sin(\omega t - \varphi)$، به اندازه‌ی φ (اگر مثبت باشد) تقدم فاز دارد. به عبارت دیگر جریان مدار به اندازه‌ی φ نسبت به اختلاف پتانسیل کل (منبع تغذیه) تأخیرِ فاز دارد.

همان‌طور که در آزمایش شماره ده بیان شد، اگر $X_C = X_L$ مقاومت ظاهری کلِّ مدار به حداقل می‌رسد ($Z_{\min} = R$). در این حالت دامنه‌ی جریانِ مدار بیشینه است ($I_{m,\max} = \frac{\varepsilon_m}{Z_{\min}} = \frac{\varepsilon_m}{R}$). به این حالت، «تشدید» می‌گویند. اگر مدار در حالتِ تشدید باشد ثابت فاز مدار صفر است و داریم:

$$f_r = \frac{1}{2\pi}\frac{1}{\sqrt{LC}} \qquad (۵)$$

رابطه(۵) مقدار بسامدی (f_r) را می‌دهد که مدار در حالت تشدید قرار می‌گیرد.

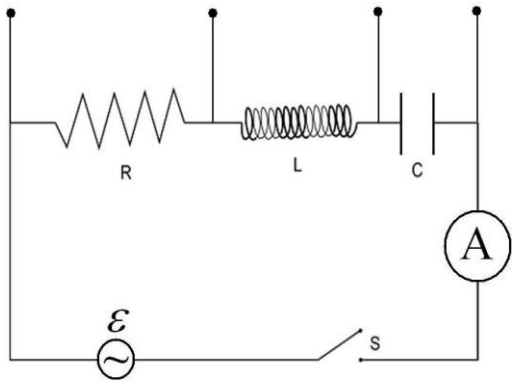
در این آزمایش می‌خواهیم به مطالعه‌ی شرط تشدید در مدارهای RLC سری در جریان متناوب با استفاده از نوسان‌نما (اسیلوسکوپ) برای اندازه‌گیری کمیت‌ها بپردازیم. روابط مربوط به تشدید در این نوع مدارها در مقدمه آزمایش دهم آمده است.

ابزار و وسایل مورد نیاز: خازن، مقاومت کربنی، القاگر، منبع تغذیه‌ی AC با بسامد قابل تنظیم، بسامدسنج، نوسان‌نما، آمپرسنج، ولت‌سنج، تعدادی سیم رابط معمولی و تعدادی سیم رابط با اتصال BNC.

مراحل انجام آزمایش

توجه: خواسته‌ها در بعضی از موارد با یک **دایره سیاه** مشخص شده‌اند. تمام آنها را در گزارش‌کار خود پاسخ دهید.

۱) مدار ساده‌ای شامل خازن، القاگر، مقاومت کربنی و یک منبع تغذیه متناوب با بسامد قابل تنظیم (نوسان‌ساز)، و یک آمپرسنج AC، مطابق شکل(۱) به صورت سری ببندید.



شکل(۱). مدار RLC سری در جریان متناوب: $\varepsilon = \varepsilon_m \sin(\omega t)$, $\omega = 2\pi f$.

۲) نوسان‌نما را با رعایت نکات ایمنی آن (آزمایش شماره یازده را ببینید) روشن کنید.

۳) دو سرِ مقاومت کربنی را که با جریان مدار هم فاز است، به ورودی عمودی اول (CH1) متصل کنید و مقیاس محورهای افقی و عمودی نوسان‌نما را کمی تغییر داده و با تنظیم شدت و تمرکز روشنایی پرتو، یک شکل سینوسی ثابت با دامنه مناسب (قابل دیدن در صفحه نمایشگر) به‌دست آورید. در حالی‌که اختلاف پتانسیل منبع تغذیه را ثابت نگه می‌دارید، با تغییر بسامد منبع تغذیه در اطرافِ بسامدِ تشدیدِ مدارتان (آن را محاسبه کنید) تغییر دامنه‌ی موجِ اختلاف پتانسیلی مقاومتِ کربنی را مشاهده کنید.

- این تغییرات چگونه است؟ در گزارش‌کار خود، دقیق توضیح دهید.

۴) با تغییر بسامد منبع تغذیه و انتخاب حداقل پنج مقدارِ مشخص در اطرافِ بسامدِ تشدیدِ مدارتان (دو بسامد کوچکتر، یکی بسیار نزدیک و دو بسامد بزرگتر از بسامدِ تشدید)، برای هر بسامد اختلاف پتانسیل نوک تا نوکِ دو سرِ هر عنصر و نیز منبع تغذیه (کُل)، همچنین اختلاف فاز بین منبع تغذیه و جریان مدار (اختلاف فاز کُل، φ) را به کمک نوسان‌نما اندازه بگیرید و در جدول(۱) ثبت کنید.

همچنین برای فقط یکی از پنج بسامد انتخابی، اختلاف فاز بین اختلاف پتانسیل خازن (φ_C) و نیز القاگر (φ_L) را با جریان مدار به کمک نوسان‌نما اندازه بگیرید و سطرِ دوم جدول(۱) را کامل کنید (به روابط(۳) و (۴) و توضیحات زیر این دو رابطه مراجعه شود).

توجه: برای هر بسامد، مراحل(۴) و (۵) را به طور کامل انجام دهید و بعد بسامد را تغییر دهید. هر بار که بسامد را تغییر می‌دهید اختلاف پتانسیل منبع تغذیه را ثابت نگه دارید.

راهنمایی:

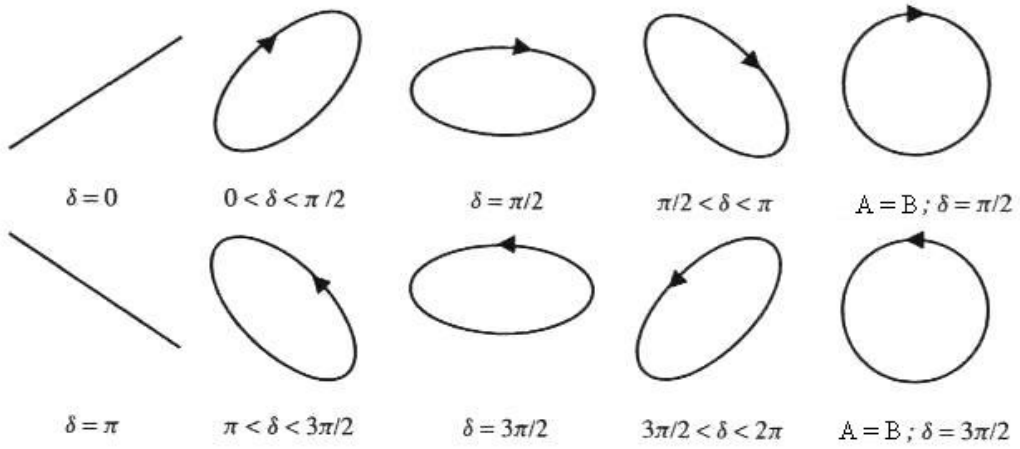
۴-۱) برای اندازه‌گیری اختلاف پتانسیل، دو سرِ هر عنصر را به ورودی عمودی اول (CH1) یا دوم (CH2) متصل کنید و مقیاس محورهای افقی و عمودی نوسان‌نما را کمی تغییر داده و با تنظیم شدت و تمرکز روشنایی پرتو، یک شکل سینوسی ثابت با دامنه مناسب (قابل دیدن در صفحه نمایشگر) به‌دست آورید. مطابق آنچه در آزمایش یازدهم انجام دادید اختلاف پتانسیل نوک تا نوک هر عنصر (و نیز منبع تغذیه) را اندازه بگیرید و در جدول(۱) ثبت کنید.

۴-۲) برای اندازه‌گیری اختلاف فازِ اختلاف پتانسیل دو سرِ هر عنصر یا منبع تغذیه نسبت به فازِ جریانِ مدار به کمک نوسان‌نما، دو سرِ مقاومت کربنی را که با جریان مدار هم فاز است (همان رابطه(۲): $V_R = V_m \sin(\omega t - \varphi)$)، به ورودی اول (افقی) و اختلاف پتانسیل عنصرِ مورد مطالعه یا اختلاف پتانسیل کُل را به ورودی دوم (عمودی) متصل کنید. ابتدا هر دو موج را روی صفحه نمایشگر تثبیت کنید و دو شکل سینوسی ثابت با دامنه مناسب (قابل دیدن در صفحه نمایشگر) به‌دست آورید. پیچِ Time/Div را روی وضعیت X-Y (یا بیشترین مقدار آن) قرار دهید و به این ترتیب موج دندانه ارّه‌ای داخلی نوسان‌نما را از مدارِ داخلی آن خارج (قطع) می‌کنید. تنظیمات نوسان‌نما را به گونه‌ای اعمال کنید (از کارشناس آزمایشگاه راهنمایی بخواهید) تا حاصل ترکیب دو موج را در صفحه نمایشگر ببینید (ادامه را بخوانید).

۴-۳) اگر متحرکی داشته باشیم که مؤلفه افقی مکان آن به صورت $x = A\sin(\omega t)$ و مؤلفه عمودی مکانش به صورت $y = B\sin(\omega t + \delta)$ باشد مسیر حرکت آن در صفحه x-y با حذف زمان بین این دو به صورت رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\frac{x^2}{A^2} + \frac{y^2}{B^2} - 2\frac{x.y}{A.B}\cos(\delta) = \sin^2(\delta) \qquad (۶)$$

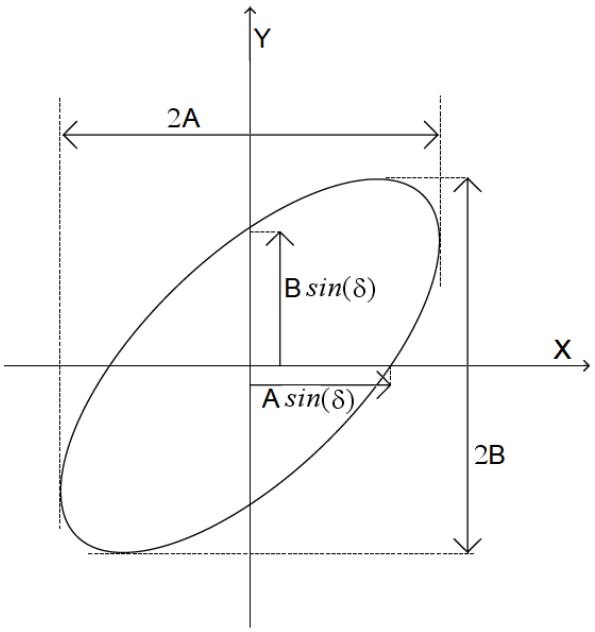
رابطه(۵) معادله عمومی یک بیضی چرخش‌یافته است که در مستطیلی به ابعاد $2A \times 2B$ محاط شده است. حالتهای مختلف مسیرهایی که این معادله دربردارد در شکل(۲) نشان داده شده است.



شکل(۲). حالتهای مختلف مسیرهایی که رابطه(۵) دربردارد.

یک حالت عمومی از این حالتها را در شکل(۳) نشان داده‌ایم. با توجه به رابطه(۶)، برای زمانهایی که $x = 0$ داریم $y = B\sin(\delta)$ و برای زمانهایی که $y = 0$ داریم $x = A\sin(\delta)$.

۴-۴) از آنجایی که $V_R = V_m \sin(\omega t - \varphi)$ را به ورودی اول داده‌ایم و به عنوان مثال، $\varepsilon = \varepsilon_m \sin(\omega t)$ (ولتاژ کل) را به ورودی دوم لذا حاصل ترکیب دو موج در صفحه نمایشگر یکی از حالتهای شکل(۲) خواهد بود. با توجه به آنچه که در شکل(۳) نشان داده شده است با اندازه‌گیری‌های لازم (مثلاً طول‌های $2B$ و $2B\sin(\delta)$ یا طول‌های $2A$ و $2A\sin(\delta)$) اختلاف فاز دو موج ورودی (φ معادل با δ است) را اندازه بگیرید و در جدول(۱) ثبت کنید.



شکل(۳). یک حالت عمومی از حالتهای نشان داده شده در شکل(۲).

- ارتباط δ یی که از این محاسبات بدست آورده‌اید با اختلاف فازی، φ، که از رابطه(۱) بدست می‌آید چیست؟ توضیح دهید. φ را نیز از رابطه(۱)، محاسبه کنید و جدول(۱) را کامل کنید.

۵) همچنین، اختلاف پتانسیل مؤثر را در هر مورد با کمک یک ولت‌سنج AC اندازه بگیرید. شدت جریان مؤثر مدار را نیز که آمپرسنج AC نشان می‌دهد در جدول(۱) ثبت کنید.

توجه: برای هر بسامد، مراحل(۴) و (۵) را به طور کامل انجام دهید و بعد بسامد را تغییر دهید. هر بار که بسامد را تغییر می‌دهید اختلاف پتانسیل منبع تغذیه را ثابت نگه دارید. مرحله(۶) را فراموش نکنید.

خواسته‌ها

- جریان مدار چه تابعی از بسامد است؟
- در یک جدول کمیت $\sqrt{\frac{V_L}{V_C}}$ را (هم با استفاده از مقادیری که با ولت‌سنج اندازه گرفته‌اید و هم با نوسان‌نما) برای بسامدهای انتخابی در آزمایش، ثبت کنید. این کمیت چه تابعی از بسامد باید باشد؟ در برگه ترسیم میلی‌متری نمودار تغییرات آن کمیت را بر حسب بسامد رسم کنید (دو نمودار در دو برگه). به کمک این دو نمودار بسامد تشدید مدار را بیابید. درصد خطای اندازه‌گیری این بسامد را محاسبه کنید.
  راهنمایی: به خواسته سوم از مرحله (الف) آزمایش شماره دَه نگاه کنید.
- مقدار ثابتِ فاز φ را که به کمک نوسان‌نما اندازه گرفته‌اید با بسامد چگونه تغییر می‌کند؟ آن را با آنچه نظریه پیش-بینی می‌کند مقایسه کنید.
- در هر بسامد، φ_L و φ_C را که اندازه گرفته‌اید با آنچه نظریه پیش‌بینی می‌کند مقایسه کنید.
- جدولی تهیه کنید و مقادیر مؤثرِ I، V_L و V_C را بر حسب بسامد در آن ثبت کنید (از نتایج اندازه‌گیری با نوسان‌نما استفاده کنید.). در مقابلِ (سطرِ) هر بسامد، X_L و X_C و سپس مقادیر ضریب خودالقایی و ظرفیت خازن را نیز محاسبه و ثبت کنید. مقادیر بدست آمده را با مقادیر واقعی مقایسه کنید.

جدول(۱). اندازه‌گیری‌های مدار RLC سری در جریان متناوب با کمک نوسان‌نما (واحد هر کمیت را یادداشت کنید).

بسامد منبع تغذیه f (kHz)	ابزار اندازه‌گیری		V_Z		V_R		V_C		V_L		I	اختلاف فاز			
												φ_L **	φ_C **	φ #	φ *
.....	ولت‌سنج آمپرسنج														
	نوسان‌نما														
	نوک‌تانوک	*rms*													
.....	ولت‌سنج آمپرسنج														
	نوسان‌نما														
	نوک‌تانوک	*rms*													
بسامد حدود بسامدِ تشدید	ولت‌سنج آمپرسنج														
	نوسان‌نما														
	نوک‌تانوک	*rms*													
.....	ولت‌سنج آمپرسنج														
	نوسان‌نما														
	نوک‌تانوک	*rms*													
.....	ولت‌سنج آمپرسنج														
	نوسان‌نما														
	نوک‌تانوک	*rms*													

* مقدار φ این ستون را از رابطه(۱) به دست آورید. φ همان اختلاف فاز منبع تغذیه با جریان مدار است.

مقدار φ این ستون را با استفاده از نوسان‌نما به دست آورید. φ همان اختلاف فاز منبع تغذیه با جریان مدار است.

** منظور از φ_C و φ_L، به ترتیب، همان اختلاف فاز خازن و القاگر به تنهایی با جریان مدار است که با استفاده از نوسان‌نما بدست می‌آورید.

۶) مشابه مرحله(۴) اما این دفعه فقط ترکیب دو موج اختلاف پتانسیل کل و مقاومت کربنی را روی صفحه نمایشگرِ نوسان‌نما تشکیل دهید. با تغییر بسامد منبع تغذیه حالت تشدید مدار را ایجاد کنید.

- در چه بسامدی این حالت تشدید اتفاق می‌اُفتد؟ درصد خطای اندازه‌گیری بسامد تشدید به این شیوه را محاسبه کنید.

راهنمایی: در حالت تشدید اختلاف فاز این دو موج باید صفر باشد (توضیح دهید چرا؟). شکل(۳) و نیز راهنمایی بند (۴-۲) و (۴-۳) را هم ببینید.

- چگونگی تغییر شکلِ ترکیب دو موج را از بسامدهای بزرگتر از بسامد تشدید تا رسیدن به تشدید و نیز از بسامد تشدید تا بسامدهای کوچکتر از آن شرح دهید.